

RUDIMENTORUM
METHODI FLUXIONUM
INVERSÆ
SPECIMINA:

QUÆ

Responsionem continent

AD

ANIMADVERSIONES

Ab. de Moivre

IN

Librum G. Chæynei, M.D. S.R.S.

L O N D I N I:

Typis Benj. Motte, Impensis G. Strahan ad Insigne Globi
deaurati, è Regione Bursa Regalis in vico Cornhill.
MDCCV.

a1

RUDIMENTORUM

METHODI LUXURIA

INVERSA

SPECIMINA

QUAE

RESPONSENDA SUNT

AD

ANIMADVERSIONES

Ab. de Moivre

IN

Librum G. Clavi, M.D. S.R.S.

1025131

Typis Typ. Acad. Imper. Censur. et Lit. Imp. Cens.
decurat. & Regimen. Typ. Imp. in Vindob.
MDCCV.

116

P R Æ F A T I O.

N I H I L mihi minus gratum contigit unquam, quam de rebus purè Mathematicis, disputare necessario cogi. Et sequentibus Pagellis, ne vel Temporis minuto incubueram, nisi in Genium meum violentiâ prius commissâ. Post enim ardua & acclivâ Montium multo labore superata, post sentes & rudera, quibus cingitur Geometria sublimior, obtrita, & pratermissa, ad viam ex Ignaviâ aut Oscitantiâ errantibus monstrandam, & Vana Aëreaque alienarum Imaginationum subversarum juga æquanda, statim remitti, præsertim cum distinctè satis, probo & sedulo Itineratori, tramitem me indigitaſſe, existimaverim; Iniquum omninò ducebam. Certè si Animadverſor noster, Viri Candidi & Modesti ſpèciem, etiam invitâ Naturâ, in Velitationibus ſuis condendis, induiſſet, Reſponſionem ego, (fatebor) nunquam concinnâſſem; ſatis enim ſciebam, eos ſolos eam ritè intellecſturos, qui ſoli Reſponſionem minime deſideraſſent. Verum cum probum, & improbum, honeſtum, & inhoneſtum ſuſque deque habuerit, modo aliquid ſaltem adverſus mea effunderet, cum ſenſum etiam maxime perſpicuum, Verborum meorum, contorſerit, ut ſuum utcunque invita induerant, cum barbaro & illepedo ſuo more, Parallogiſmos ſuos, in me committere non erubuerit. Cum ſtylum ſuum impolitum, non laceſſitus, ſed benignè habitus, & contra Opinioneſ Amicorum meorum (qui Mathematicaſtrum inter Mathematicos ne nominandum quidem ſentiebant) ſuorum rogatu, honorificè compellatus, inhumaniter in me exacuerit. Cum Strepitum, & Tumultum tantum, in ſuis Promulgandis exciverit, ut in Actis publicis & Novellis exteris, inter Edendos ſemel, & Editos iterum, Librum ſuum faſtuoſe recenſendum, curaverit, cumque tantâ Arrogantiâ & jactantiâ ubique, & apud omnis Generis Homines, rem totam geſſerit, cum inquam omnia

P R Æ F A T I O.

hac, (& indigniora, quæ me enarrare minimè decet,) ne vel unam Objectionem solidam, ne dicam sententiam probam, in iis omnibus quæ adversus me & mea effutuit, molitus, admiserit. Nemo ut opinor mihi vitio vertet, si in compensationem, Viri impotentis Errores, non leves, sed gravissimos, Parallagismos, non subtiles, sed crassissimos, Ignorantiam eorum quæ Alios edocere se jactitat, non mediocrem, sed summam, Immodestiam sine lege, modòque, Inhonestatem, Viri ingenuæ Educationis, indignam monstraverim.

Et minimè Gratis hac me dixisse, demonstrabit nî fallar, sequens hic Tractatus, ibi enim deprehendet Lector idoneus, omnia à me, in Libro de Fluxionum Methodò Inversâ, allata, Indicio certissimo, proba esse. Criterion autem, quo quivis in Methodò Fluxionum Directâ, & vulgari Analyti versatus, examinare & probare facillimè queat, num Fluents Fluxionum positarum, à me aut ab alio quovis, assignata, proba fuerint meæ, hoc est. Colligantur Fluentium assignatarum Fluxiones, & si eæ debite reductæ, æquales fuerint Fluxionibus primo positis, Indicium est certissimum, Fluents assignatas probas, sin aliter contingat, non probas fore; neque res aliter fieri poterit, si enim Methodus Fluxionum Directa, vera & genuina fuerit, & Fluentium assignatarum, Collectæ hæc Methodò Fluxiones, æquales fuerint Fluxionibus primo positis, necesse est ut sint probæ Fluents Assignatæ. Atque hoc ipsum Indicium, proponit Vir summus Isaacus Newtonus, in Tractatu de Quadraturis Pag. 210. Si jam hoc Indicio, Fluents quasvis in Libro meo propositas, non probas (salvis Præli & Calculi erroribus, à quibus immunem Librum Mathematicum nunquam hæcenus conspiciere mihi contigit) Judicio Geometræ cujusvis, demonstraverit Animadversor noster, ego manus victas tradam. Verum nihili hujus habuit rationem Moivreus, multa enim sunt, quæ certissimè demonstrant, cum in Librum meum Animadversiones Editurum, si ne vel levissimum Erratum, aut in supputandis, aut excudendis Calculis, Lynceis oculis offendi potuisset. Quapropter, si in re tali mihi optio concedenda fuisset, ex omnibus Mortalibus, Moivreum, adversarium elegissem, Virum quippe, cujus Fama, mihi Præjudicia plurimorum Lectorum

P R A E F A T I O:

rum, non minitabatur, neque Eruditio difficultates agrè amovendas, pollicitabatur. Librum meum istum, levioribus quibusdam labefactatum, maculis quas aut incuria fudit, aut humana parum cavit diligentia, non esse nunquam mihi in mentem venit; iis tamen detegendis impar fuit hæcenus Moivreus, hoc solum effecit, ut certiores evaderent Lectores, quantilla, etiam Malitia & Invidia, vim suam omnem exercentia, adversus nostra hac effundere poterant. Vir impotens, Wallisio olim magna minitatus, Leibnitium flocci pendens, mihi ut fragillimo, illis dentes rabi-
dos, offendet autem, ni gravissimè fallar, solido.

Animadversiones autem Viri Insignium Auctoris (vide Phil. Transact. No. 216.) diversi sunt Generis, alia enim sunt ex Ignorantiâ inexcusabili, eorum in quæ animadvertit, qualia sunt, ea omnia quæ scripsit de Quantitate, Arcis Curvarum indefinitis adjiciendâ, quæ de Curvis Exponentialibus, & Logarithmicalibus, quæ de Seriebus infinitis ex Assumptitiâ Serie Eliciendis; Exemplum unum aut alterum huc transferam, quibus de reliquis judicium ferat Lector. Animadvers.

Pag. 10. lin. 8. dicit, scribendo ϕ pro x , in terminis $\frac{x^m + 1}{m + 1} \log x - \frac{x^m + 1}{m + 1}$

*fluens tota destruetur; Cujus Contrarium est demonstrativè verum (vide Pag. 10. sequent. Tractat.) Pag. 32. lin. 10. Absurdum Gravissimum dicit, Seriem particularem Negativam, ortam ex Quadraturâ Generali, cum tamen sit & Veritas pulcherrima, & Conclusio legitima, & omninò expectanda: (vide Pag. 25. sequent. Tractat.) Ad Indices & Coefficientes Indeterminatos, Seriei Assumptitiæ definiendos, Pag. 88. lin. 21. & Pag. 93. lin. 2. Eos Terminos sibi invicem comparat, qui minimè erant comparandi; Etsi Methodus hæc Assumptitias Aequationes tractandi, omnibus Mathematicis, ex Editâ Cartesii Geometria, innoverat. Gravissimè queritur Pag. 97. lin. 9. quod ad usus Practicos, ego Seriei particularis Quadratum, aut Cubum, dari postularem: Quod tamen nihil Absurdius est, quam postulatio Cubi, aut Quadrati fractionis decimalis, incompleta, quæ etiam est Series infinita. Sed hæc levia sunt, præ iis quæ in sequenti Tractatu, deprehendet Lector Idoneus, Ignorantiæ Ani-
madversoris*

P R Æ F A T I O.

adversoris Specimina; hac enim adduco, quasi maximè obvia, & intellectu faciliora.

Alia sunt ex Impudentiâ & Immodestiâ, ea scil. quibus nostra inculpat & damnat, quæ tamen proba esse nescire non potuit ipse etiam Animadversor. Qualia sunt ubi Methodum meam elicendi Fluents, ex Fluxione $x^m \mid x$ & per septem priores Paginas Libri sui oppugnat, & improbat, & tamen Pagina 7. Eandem Methodo quâdam suâ aggressus,

Fluents omninò easdem cum meis, scil. $\frac{x^{m+1} \mid x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$ invenit.

Ubi Pag 23. Seriem particularem ex generali Canone meo elicitam, finitis & infinitis Terminis constantem, (cum Infinitos ad quæsitum non pertinere certò scire saltem debuerat) exhibet. Ubi Pag. 86. Acriter in me insurgit, cò quod dixerim, si $y = \overline{a+x}^n$, tunc fore $ly = n \times \overline{a+x}$. Ubi Pag. 95. Post tantum excitum strepitum adversus Methodum meam, elevandi Binomium ad Potestatem indefinitam, eandem tamen, solis Symbolis, & Characteribus, diversam, nobis pro novâ atque suâ obtrudit. Hæ sunt frontis ita perfrictæ Notæ, ut cum Amico Animadversoris fidissimo, & Operum ipsius Iudici aequissimo, & perspicacissimo indigiterentur, credere se virum ita esse effrontem renuebat, & agrè, post ei Animadversionum loca monstrata, quæ hæc continebant (Librum ipsum perlegisse se nunquam, ingenue fatebatur) se oculis suis persuaderi passus est.

Alia sunt ex Inhonestate & Improbitate, ea scil. in quibus sensum à meo omnino diversum verbis meis invitis affigit, & suis, sensum à communi abludentem, ne dicam abhorrentem induit, ut se ab Erroribus crassis & perspicuis, quos admiserat, explicaret. Qualia sunt Pag. 3. Ubi me loqui de Quadraturis & Arcis Curvarum vult, cum expresse admonueram me de Fluents ex Fluxionibus datis eliciendis intelligi velle, ubi Pag. 29. Fluentem ex Canone meo quarit (quem quia eam non largiretur, vehementer inculpat) cujus Fluxionem, sub Generali meâ non contineri perspicuè satis insinuaveram. Ubi Pag. 41. de omnibus

Combina-

vii

P R Æ F A T I O.

Combinationibus possibilibus, me loqui contendit, cum de quibusdam solum differo. Ubi per vocem Coefficientes, Pag. 82. contra Sensum vulgatissimum, Quantitates non modo Determinatas, sed & Indeterminatas, non solum ejusdem, sed diversi prorsus Generis, & Natura denotari vult.

Alia denique sunt ex Inhumanitate & Malitiâ, ea scil. in quibus me, & mea, (unde tamen omnia sua saniora mutuatur) & barbaro more, & dictione, insectatur, harum instantias ego nunc non repetam, singula quaque Pagina Animadversionum ostendit. Solius quippe Animadversoris Stylum decent, Viri Genus, Educationem, & Commercia ostendentes.

Caterum Responso hac absoluta erat, primis decem diebus post editas Moivræi Animadversiones in Librum meum, sed Negotiis majoris momenti implicitus, non vacabat pralo Operam navare; pollicetur Vir insignis Animadversiones suas in reliquam Libri mei partem, collecturum se neque fidem suam in hac re velle cum irritam reddere expectandum.

Verum sciat velim, licet, me parum honoris ex victo etiam, tali Animadversore, referre posse existimem. Et fortè, illi plus otii quam mihi ad talem Litem suppetat; tamen neque Eum, neque Alium quemcunque me impune Injuriis laceffiturum, dum mihi constiterit, me tum veritatem, tum famam meam, simul vindicare.

E R R A T A.

PAG. 8. lin. 2. lege *ipsius*. l. 15. lege *Auctori*. pag. 12. l. 6. pro x lege x . l. 13. pro $x + 1 = x$, lege $x + 1 = x$. pag. 27. l. 8. $1x = \infty$. p. 33. l. 29. pro v lege u . pag. 37. l. 29. lege *exempla*.

P R E F A T O R

Consistent with the principles of the Constitution, the Government of the United States has always been anxious to secure the most perfect equality of rights and privileges to all its citizens, without distinction of race, color, or religion.

It is the policy of the Government to encourage the education of all its citizens, and to provide for the support of the public schools. It is also the policy of the Government to encourage the education of the colored race, and to provide for the support of the public schools for that race.

The Government of the United States has always been anxious to secure the most perfect equality of rights and privileges to all its citizens, without distinction of race, color, or religion. It is the policy of the Government to encourage the education of all its citizens, and to provide for the support of the public schools.

It is the policy of the Government to encourage the education of all its citizens, and to provide for the support of the public schools. It is also the policy of the Government to encourage the education of the colored race, and to provide for the support of the public schools for that race.

P R E F A T O R

PREFACE. The Government of the United States has always been anxious to secure the most perfect equality of rights and privileges to all its citizens, without distinction of race, color, or religion.

RESPONSIO

AD

VELITATIONES

Ab. De Moivre

IN

GEORGII CHEYNÆI

TRACTATUM

DE

Fluxionum Methodo Inversâ.

Solutiones Objectionum D. Moturai adversus Tractatum meum
de Fluxionum Methodo inversâ, sequentibus pagellis contexturus;
 ea solum attingam quæ librum illum immediatius spectant.
 Eruditas ipsius in rebus Mathematicis *conjecturas*, & profunda
 ipsius in Geometria *Commenta*, quibus Orbem literarium ante editum
 libellum meum ditavit, intacta aut obiter solum notata relinquam.
 Et si enim totum volumen titulo *Animadversionum* adversus Tractatum
 A meum

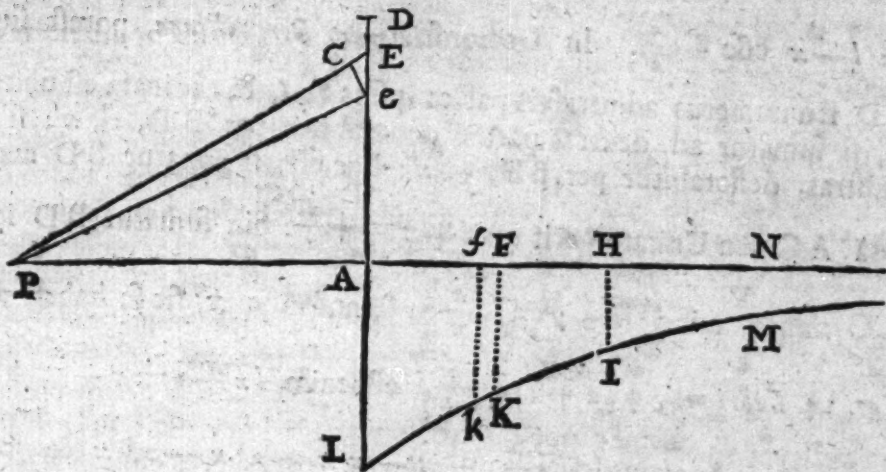
meum insigniverit perexigua tamen ipsius pars in me immediatius collimat, pars major, Opera ipsius Mathematica omnia, *denuò recognita & limata* continet. Omnia quaecunque tamen à *Moirao* injecta adversus Edita mea, quæ Tyroni utcunque oscitanti remoram astruere queant amovere conabor, *Specimina illustra* interim, probitatis, Modestiae, & Eruditionis Animadversoris, per totum opusculum exhibiturus.

Initio paginae prioris innuit Animadversor, me solum *demonstrasse* non *investigasse* Theoremata *Newtoniana*; optassem tamen, adduxisset Indicia legitimæ Investigationis, & ostendisset ea minime competere prioribus binis Methodis (Tertiam posthac attingam) à me exhibitis, nisi credat Vir modestus, Orbem literarium quicquid Ipse dixerit proffato amplexurum. Methodi certè illæ nihil supponunt præter Analysis vulgarem, Methodum Fluxionum directam, & Sectionem priorum libri mei, Naturali satis, & ex rei intimæ Essentiâ petito processu progrediuntur; nihil Conclusionis postulant præmissæ: Etiam Tyro quivis iisdem principiis & vestigiis inhærens, Fluents cujus vis Fluxionis propositæ elicere potest. Et nisi hæc sint Indicia legitimæ Investigationis, assignet Animadversor ab hisce diversa. Quicquid acciderit (nemo enim conjecturâ assequi poterit quid Cerebrum *Moirai illuminatum* proditum sit) me instipatum non invadet Vir strenuus, altera enim est Methodus à *Newtono* usurpata, quam etiam pro legitima investigatione, hæcenus (Præfationis *scil.* pag. 8.) agnovit. Altera est *Davidis Gregorii* (quod ego expressè monui, & cujus casum desideratum, *Histor. Algebr. Wallisi*, Edit. Noviss. pag. 395. Generalissimum, *sc.* Præceptis ibidem traditis, tractavi solum) quos, ut opinor, in arenam provocare vix ausus erit Animadversor noster.

Pag. 2. lin. 5. *Ex qua aperte sequitur secundum ipsius mentem, &c. Me miserum! cujus Cogitata etiam evidentissima & Consequentia maxime legitimæ, levissimo Moirai conatu subruuntur. Clarissimus vir Johannes Bernollius ante sex annos principia Calculi Exponentialium traditurus, Actis, sc. Erud. Anni 1697. pag. 129. Consequentiam*

hanc

hanc sic elicit. Asymptoto A B describatur Logarithmica C D, cujus subtangens T B æquetur uniati. Et in ea accepto puncto fixo A, applicetur A C = T B = 1. Sit B D numerus quivis, erit A B ex



constructione, ipsius B D Logarithmus. Jam posito b ipsi B proximo, ducantur $b d$ ipsi B D, item $d d$ ipsi A B parallelæ. Erit ex ipsius Logarithmicæ Natura D d : $d d$ ($b B$):: DB: BT (A C.) adeoque $A C \times D d = b B \times D B$ vel $1 \times D d = b B \times D B$ seu $b B = \frac{D d}{D B}$. hoc est Fluxio $b B$ Logarithmi A B, æqualis Fluxioni numeri D d divisi per ipsum Numerum D B; adeoque si vocetur numerus x , & ipsius Logarithmus $l x$, erit $\phi: l x = \frac{x}{x}$ q. e. d. Hanc ille Demonstrationem non adducit solum, sed adversus *N. wventiitii* (candidi & modesti dubitatoris) Objectiones tuetur. Et illo ipso exemplo, quod Animadverfor noster in dubium vocat, illustrat: eique Conclusioni omnem suum Calculum superstruxit. Hæc Demonstratio tacite saltem ab omnibus Europæ Mathematicis est admissa, diversamque ab eâ contexi ego, non quod à Clarissimo Viro adductam ullo modo improbarem; sed quod Analytica ex Analyfi, & Logarithmicalia, ex Natura Logarithmorum petere malueram, quam Geometrica in subsidium Algebraicorum accersere. Verum visum *Motivæ* Conclusionem hanc in dubium vocare, eò quod observaverat $\frac{x}{x}$ esse

esse Fluxionem ipsius $l x$ quando x est unitate minor. Profunda equidem Observatio! Demonstravimus nos Universaliter & absque consideratione signorum $\phi: l x$ esse $\frac{x}{x}$ unde erudite elicit *Moivreus*

$\phi: l - x$ esse $-\frac{x}{x}$. In Demonstratione *Bernoulliana*, potest sumi

B D seu numerus ad utrasvis partes ipsius A (ubi ordinata est unitas) &, si sumatur ad dexteris partes denotabitur per B D, $+x$; si ad sinistras, denotabitur per B D, $-x$; hoc est, si ponatur B D major

ipsâ A C seu Unitate, erit $\phi: l + x = +\frac{x}{x}$. Sin sumatur B D ipsâ

A C minor, erit $\phi: l - x = -\frac{x}{x}$. In nostrâ, quæ, sic se habet, vide

Pag. 14. *Libri mei*. $\phi l x + 1 = \frac{x}{x+1}$ est enim $l x + 1 = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

$-\frac{x^4}{4}$ &c. Adeoque $\phi l x + 1 = \dot{x} - x \dot{x} + x^2 \dot{x} - x^3 \dot{x}$ &c. $= \dot{x}$

$\times 1 - x + x^2 - x^3$ &c. $= \dot{x} \times \frac{1}{x+1} = \frac{\dot{x}}{x+1}$ Hoc est Fluxio Loga-

rithmi utcunque compositi (potest enim $x+1$ repræsentare Quantitatem quomodocunque Compositam) æqualis est Fluxioni Numeri divisi per Numerum: Ego expresse monui $x+1$ repræsentare Quan-

titatem quamcunque, adeoque si $x+1 \equiv 1$ tunc, ipsius $\frac{\dot{x}}{x+1}$

signum necessario fore $+$, sin $x+1 \equiv -1$ tunc ipsius $\frac{\dot{x}}{x+1}$

signum futurum $-$. Sed puerile fuisset hosce casus distinguere, cum etiam *Moivreus* consequentias hasce elicere potis erat.

Pag. 3. lin 12. *In hunc finem Observandum*, &c. Animadverfor noster verum & falsum, probum & honestum fusque deque habet, modo quæ nostris opponat, quomodocunque colligat. Ego ne semel quidem per totam Epistolam, immò per totum Tractatum, nisi in Problemate de quadraturis, Arearum mentionem injeci, nec usquam nisi in loco citato earum limitationes consideravi; imò expresse ab his vocibus abstinui ut Generalius & Nobilius quiddam me meditari, Inventio-

nem

nem *sc.* Fluentium ex datis Fluxionibus, lectoribus innotesceret. Areas quippe Curvarum metiri est Problema Geometricum, Fluentes ex datis Fluxionibus rimari est Algebraicum, imò prius est Geometriæ Problema particulare, posterius est Analyseos generalissimum. Non solum enim, Area Curvarum, sed & ipsarum longitudines, solidorum superficies & contenta, &c. (quæ Geometrica sunt) rum & Numerorum proprietates, Logarithmorum & Logarithmicalium affectiones, potestatum Numericarum exponentes, immò sublimiora & difficiliora Numerorum Problemata, item motus, & celeritas, tempus & spatium, & verbò, omne quod augmentum aut decrementum accipit *i.e.* omne Quantum (cujus universalissimos conceptus tractat Algebra) sunt objectum methodi Fluxionum & Fluentium: Ideoque est multò generalioris conceptus Problema, Fluentes Fluxionum datarum rimari, quam Curvarum Areas invenire. Verum quidem est, Fluentes ex Fluxionibus primis invenire, æquipollere Quadraturæ Curvarum, datâ enim utràvis Methodo datur & altera, sed nemo dubitare potest naturalius omnino esse, Hanc ex illâ deducere quam Illam ex hac, prius enim est Naturâ, Fluentes Fluxionum quam Areas Curvarum investigare, ideoque ego primum prius stabilire, & posterius ex priori elicere conatus sum, & in hunc finem nullibi mentionem Quadraturarum aut Arearum injeci; priusquam Methodos ex Fluxionibus elicendi Fluentes stabilissem. Quoad loca autem ab eo citata, prior *sc.* pag. 1. Nihil quale *Mojvraus* vult supponit. Adjicitur illic Fluenti repertæ quantitas quidè cognita sed arbitraria ut *sc.* conceptus Fluentis universalior redderetur; Fluentis quippe propositæ etsi una sit solum Fluxio. Fluxionis tamen propositæ infinitæ sunt Fluentes diversæ. Et quia in progressu à Fluentibus ad Fluxiones evanescunt quantitates omnino cognitæ, idè in retrogressu ut hoc damnum quantum fieri potest, repararetur, adjicienda venit Fluentibus singulis quantitas quidè cognita, sed non determinata. Ob quam causam in omnibus Fluentibus simplicibus, pag. *sc.* 14. & 28. Cujuscunque Gradus aut Naturæ, hoc à me præstitum. In Quadraturis autem determinandis res omninò aliter est, adjicitur quidè Areis (non omnibus sed) quibusdam, Quantitas cognita equidem sed non Arbitraria, verum ex Curvæ genio petita & determinata. Quoad pag. 65. Illic agitur expressè de Areis Curvarum definiendis, & in reliquis Problematis in Geometriam hætenus descenderam. Ex quibus omnibus patet quam perverse & inhoneste sensum verborum meorum detorserit *Mojvraus*, ut locum Objectioni suæ Puerili inveniret.

Pag. 4. lin. 4. *Igitur Fluens ipſius $x^m l x, \dot{x}$ &c. Dico (non obſtante viri modeſti aſſertione) $\frac{x^{m+1} l x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$ eſſe Fluentem Quantitatem ipſius $x^m l x, \dot{x}$, ea enim Fluxionis cujus vis propoſitæ Fluens eſt. Cujus per Methodum directam acceptâ Fluxione, Quantitas inde emergens æqualis eſt Fluxioni propoſitæ, ſed ſumptâ Fluxione ipſius $\frac{x^{m+1} l x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$ evadet $x^m l x, \dot{x}$, quapropter ipſius $x^m l x, \dot{x}$, Fluens eſt $\frac{x^{m+1} l x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$. Verùm ego ne ſomnavi quidem $\frac{x^{m+1} l x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$ eſſe Aream Curvæ (cujus ordinata eſt $x^m l x$) abſolutè & ſine ulla limitatione, neque quidquam tale unquam aſſerui. Et ut diſtinctio inter Fluentes Fluxionum & Areas Curvarum maniſeſtior evadæ; Conſiderandum venit, quod jam demonſtratum ſit $\frac{\dot{x}}{x}$ eſſe Fluxionem Logarithmi ipſius x , item omnibus notum $\frac{\dot{x}}{x}$ eſſe Momentum Areæ Hyperbolæ exterioris rectangulæ, & conſtat quod $l x$, ſit abſolutè Fluens ipſius $\frac{\dot{x}}{x}$ quando Fluxionem Logarithmi ipſius x , ſignificat, verum quidem non eſt $l x$ Area abſolutè Hyperbolæ exterioris, niſi ei adjiciatur Quantitas infinita. Et quidem univerſaliter, Fluens cujuſvis Fluxionis, Abſoluta, eſt ipſa Quantitas per Methodos inverſas elicitæ, at Area Curvæ cujus Momentum æquale eſt Fluxioni datæ, eſt ipſa hæc Quantitas Fluens reperta, per circumſtantias Curvæ reſtricta & definita. Sed non injucundum erit Animadverſoris ſtupiditatem hic notare; poſtquam enim Methodum meam diu multumque culpaffet quod veram Curvæ Quadraturam cujus ordinata eſt $x^m l x$, non largiretur, ſuâ Methodo pag. 7. Libri ſui rem aggreditur, eamque eandem omninò cum meâ pag. 8. lin. 1. & 2. invenit hoc certè Prodigii inſtar eſt, tantum excitare ſtrepitum adverſus methodum meam, & ſuâ eandem omninò concluſionem ſubducere. Quoad conditionem quam ſubjicit (*viz.* ſi punctum N cum puncto A coinciderent) Eſt Contradictio maniſeſtiſſima, ſi enim conciderent puncta N & A , tunc $AN = 0$, ſed ex Hypotheſi (pag. 7. l. 4) $AN = 1$, & ex hoc valore ſolo ipſius AN Aream colligit eandem*

dem cum meâ, & tamen non prius eam invenerit, quam suppositionem inverterit & asseruerit hanc fore Aream cum $AN = 0$. Et observari dignum est, quod methodum meam vehementissimè inculparat, quod quantitatem adjiciendam, Areæ repertæ, non largiretur promittitque solenniter se saniozem ipsius loco substituturum: unde merito expectasset lector, Animadversorem, methodum exhibiturum quæ quantitatem hanc directè, & ex ipsius naturâ largiretur, sed hoc ne conatur quidem per totum Librum, verum è contra miseris & contradictoriis ratiociniis ex Quadraturâ hactenus repertâ petitis, in casu solummodo triviali quodam, Quantitatem hanc Areæ jam repertæ adjiciendam, explorari tentavit.

Ibid. lin. penult. *Non verò* — $\frac{1}{m+1}$. *ut sequitur ex ipsius calculo, &c.*
positâ quidem $x = 1$ fit Area — $\frac{1}{m+1}$, sed ego expresse asserui pag. 65 libri mei & pag. 7. Addendorum Quantitatem hanc adjiciendam esse Fluente repertæ, sub contrario signo, adeoque Aream debite restrictam esse $\frac{x^{m+1}}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1} + \frac{1}{m+1}$, sed si verba mea intellexisset aut eorum sensum non detorsisset, Animadversiones non extitissent, nec evasisset Auctor *Ab. de Moivre*.

Pag. 6. lin. 9. *Lectorem monitum velimus, nos hic & ubique, &c.* Promisit Animadversor noster, in Præfatione se nihil postulaturum in gratiam solertissimæ suæ Methodi, nisi quod ipsius $x^m \dot{x}$ Fluens sit $\frac{x^{m+1}}{m+1}$ (& si obiter etiam hoc postulare. sit neque demonstrare nec investigare, nec quisquam *Moivrao* excepto, tam facile investigatu, postulasset; Sit enim ipsius $x^m \dot{x}$ Fluens Az^n , erit necessario $x^m \dot{x} = nAz^{n-1}\dot{x}$, sed hoc fieri nequit nisi ponatur $n-1 = m$ & $nA = 1$, unde $n = m+1$ & $A = \frac{1}{m+1}$ & consequenter $Az^n = \frac{x^{m+1}}{m+1}$) & jam humillime rogat ut concedatur ei primum terminum Fluentis, Fluxionis propositæ $x^m \dot{x}$, esse $\frac{x^{m+1}}{m+1}$. sed unde innouit ei talem esse primum terminum Fluentis reperiendæ? Certe ex libro meo pag. 15. Ego enim ibidem ostendi esse Fluxionis x^m terminum Fluentis,

Fluentis primum $\frac{x^{m+1} l^n x}{m+1}$ & ille ingeniose admodum loco $l^n x$,
 substituit v^n , concedamus autem esse infius x^m & Fluentem $\frac{x^{m+1}}{m+1}$,
 non tamen exinde sequitur Fluentis quæsitæ, Fluxionis propositæ
 $x^m v^n$ esse primum terminum $\frac{x^{m+1} v^n}{m+1}$. Sequitur quidem ex hoc
 postulato, *D. Moivraum* nullo modo potuisse investigare primum ter-
 minum, (quo datò reliqui facillimè prodeunt) Fluentis quæsitæ,
 adeoque methodum *Moivrai* omninò esse præcariam; Nisi enim sit
 petitio Principii, primum terminum quæsitum, postulare, ego planè nescio
 quid sit; Methodò autem quâ nos utimur non solum primus, sed
 omnes ordine reliqui facillimè eruuntur. Ego quidem plagii immo-
 destius specimen observavi nunquam, contendit Animadversor noster
 se Methodum possidere, incognita investigandi, quorum tamen ne
 primos terminos investigare potest, & in librum animadvertere se
 jactat, à quo tamen omnia sua saniora mutuatur.

Pag. 9. lin. 10. *Sed ut Auctor quantum fieri potest indulgeamus, &c.*
 Est certè *Moivraeus* unus ex humanissimis viris quibuscum rem ha-
 bere potest Auctor humilis, ejusmodi indulgentia æquatur soli ipsius
 viri eruditioni, nec parem possidet virtutem præter modestiam,
 verùm hic speramus nos indulgentiâ ipsius summâ non indigere.
 Primò enim assero, neminem præter Animadversorem nostrum po-
 stulaturum, ut de Quantitate adjicienda mentionem injecissem, cum
 de methodis Fluents ex Fluxionibus propositis, non, de modo Areas
 Curvarum definiendi agerem, Problema enim Analyticum aggressus,
 certè frustrâ omnino Geometricas limitationes huc non spectantes
 adhibuissem, ego, quippe, hoc mihi solum per totam Epistolam pro-
 ponebam ut methodos, Fluents ex Fluxionibus propositis eruendi
 traderem, sine ulla consideratione abscissarum aut ordinatarum, ubi
 inciperent aut quo terminarentur. Et ni fallor propositum assequutus
 sum; si ostendisset Vir perspicacissimus, Methodos meas probas non
 fuisse aut Fluents à me exhibitas veras non esse *i. e.* acceptis earum
 Fluxionibus, ostendisset, Quantitates prodeuntes non esse æquales
 Fluxionibus propositis, aliquid fecisset. Sed de hoc ne verbum qui-
 dem saltem non ineptum, quærens quippe illidere dentem offendit solido
 2^{do} clarissimus Vir *Johannes Bernoullius* Actis Eruditorum 1697.
 pag.

pag. 131. assignat Aream Curvæ cujus ordinata est $\frac{x \sqrt{a}}{1}$ æqualem

Quantitati $\frac{2 x^2 \sqrt{a} - x^2}{1}$, ubi ne mentio quidem Quantitatis adjicien-

dæ, etiamsi expresse Aream Curvæ tractet. Item Vir Clarissimus *Johannes Crægius* errorem Typotheticum hic admissum emendans

Phil. Transact. Decemb. 1698. facit Aream hanc $\frac{2 x^2 \sqrt{a} - x^2}{4 \sqrt{a}}$. Non

verò quaeritur, de omissione Quantitatis adjiciendæ, nec *Bernoullius* objicit Aream ab eo assignatam non esse probam defectu hujus

Quantitatis, aliàs Area debuerat fuisse $\frac{2 x^2 \sqrt{a} - x^2 + 1}{4 \sqrt{a}}$. Viri enim

eruditissimi, satis sciebant tales Quærimonias & Altercationes solos Tyrones, aut Mathematicos ordinis Animadversoris nostri, decere. Sed *Tertio*, illa ipsa Regula à me in hunc finem assignata, semper, ubique & in omni casu (quod vix feliciter adeò *Moisiræo* contingit) Quantitatem adjiciendam largitur, ita ut vix satis mirari possum Virum (*nisi invidiâ aut dissidii amore excacatum*) ita cæcutire potuisse, ut rem perspectu tam facilem videre nequireret, universaliter enim & in omnibus Curvis quibuscunque, obtinetur Quantitas adjicienda, faciendo abscissam (*i. e.* veram indeterminatam quâ Area exprimitur) æqualem nihilo, & ut hoc pateat etiam Tyroni infimo, considerandum venit, quod limitationum Arearum Origo & Causa hinc pendeat. Quia *sc.* in descriptione Curvæ cujusvis Geometrica, concursus ipsius cum Axe cadere potest aut in ipso initiali puncto Abscissæ (quando Abscissa afficit omnes terminos valoris Ordinatæ & prima Ordinata non est infinita) vel supra vel infra initium Abscissæ (ubi *sc.* in valore Ordinatæ continetur terminus omnino determinatus aut existente abscissâ nullâ, tamen ordinata non evanescit) vel nullibi *i. e.* Curva cum Axe nunquam concurrere potest (ubi *sc.* existente Abscissa nulla ordinata sit infinita.) Et quia expressio Analytica Areæ Curvæ cujusvis Quadraturæ indefinitæ capacis, congruit Co-ordinatis quibuscunque, adeoque & eis ex puncto unde initium ducit Abscissa ductis, *i. e.* Eis ubi Abscissa est nulla, idè in expressione Areæ Analytica, faciendo Abscissam æqualem nihilo, ea reducta dabit Aream adjacentem parti Axis inter occursum Curvæ & initium Abscissæ, *i. e.* Aream adjiciendam Areæ indefinitæ, prius repertæ: quæ si affirmativa prodeat Area, hæc jacet ad partes Axis infra

concursum Curvæ seu supra initium Abscissæ, adeoque demenda ab Area expressione indefinita; sin Negativa prodeat, Area jacet ad partes Axis supra Concursum Curvæ cum Axe, vel infra initium Abscissæ, adeoque addenda Area indefinitæ, ut sc. Area initio Abscissæ congruat. Adeoque vera Abscissa posita nihilo æqualis semper & in omni casu dabit Quantitatem adjiciendam.

Pag. 10. l. 8. *Scribendo enim o pro x in terminis* $\frac{x^{m+1}v}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$

Fluens tota destruetur, &c. Hic jam specimen habetur profundæ cognitionis Animadverforis nostri, posito sc. $x=0$ destrui dicit totam Fluentem

$\frac{x^{m+1} \cdot lx}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$ hoc est posito $x=0$ evanescet lx ; Cujus tamen

contrarium est demonstrativè verum, posito enim $x=0$ (vel potius accuratè loquendo posito x æquali parti infinitesimali indefinitæ) fit $lx = -\infty$. Quod non solum patet ex constructione Logarithmicæ, existente enim $BD = \text{nihilo}$ (Vide Fig. præced.) vel potius infinitesimæ parti primæ ordinatæ AC , sumpto A puncto fixo unde initium ducit Abscissa fit, $AB = -\infty$, ut ex inspectu figuræ patebit: Sed etiam ex vulgari serie pro Logarithmis planè consequitur, fac

enim $x = z + 1$ tunc $lx = l_{z+1} = z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4}$ &c. Jam po-

sito $x=0$, fit $z = -1$, quo substituto loco z in serie Logarithmicali fit $lx = -1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$, &c. $= -\infty$ (Series enim

Numerorum quæcunque, cujus quocunque termini Numero finiti Unitatem semper excedunt, æqualis est Numero infinito, talis enim Series æquipollet huic Seriei $1 + 1 + 1 + 1$, &c. $= \infty$ Idemque patet ex Quadraturâ Hyperbolæ exterioris Appollonianæ cujus æqua-

tio est $y = \frac{1}{x}$ Area enim hujus Curvæ æqualis est Seriei $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$+ \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$, &c. Quam nos postea demonstramus esse infinitam.) Sed

dicet forsan *Moiræus* etiam si existente $x=0$, evadat $lx = -\infty$ tamen o vel potius pars infinitesimalis incognitæ sed determinatæ quantitatis, multiplicata in $-\infty$ producit Nihil. Verum hoc quoque falsum nam ut $x \times \infty = x$, & pars infinitesima Abscissæ ducta in

Asym-

Asymptoton Hyperbolæ exterioris Rectangulæ; æquatur Quadrato vel Rectangulo Hyperbolæ exteriori inscripto, sic infinitesima pars primæ ordinatæ in $-\infty$ producit — primâ ordinatâ, & in casu sub

lite sc. $\frac{x^{m+1}}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$ Si ponatur $x=0$ seu æqualis parti in

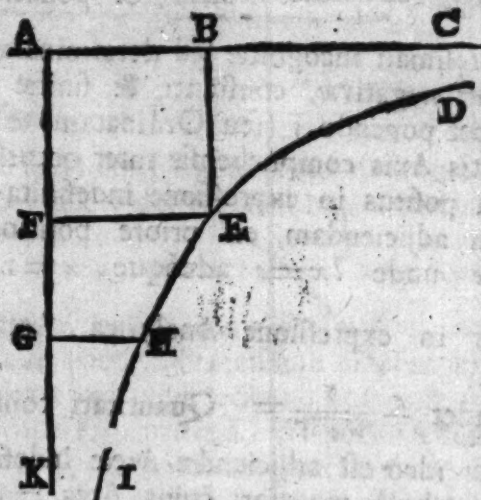
finitesimali incognitæ sed determinatæ; Evadet Area æqualis quantitati negativæ, constanti & finitæ sed indeterminatæ, quæ innatescet ponendo y (seu Ordinatam) $=0$, (sic enim obtinebis valorem partis Axis compræhensæ inter occursum Curvæ & initium Abscissæ, qui positus in expressione indefinita Areæ, determinabit quantitatem adjiciendam, ex priorè positione repertam) igitur $y=x^m/x=0$ unde $lx=0$ adeoque $x=1$, quare positis hisce valori-

bus in expressione Analytica Areæ indefinita $\frac{x^{m+1}}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$

evadet $-\frac{1}{m+1} =$ Quantitati constanti negativæ prius inventæ,

quæ ideò est adjiciendæ Areæ indefinitæ sub Contrario signo; In Hyperbolâ exteriori cujus Area $=lx$ factò $x=0$ fit $lx=-\infty$ adeoque vera Area limitata est $lx+\infty$, & universaliter ubi Quantitas adjicienda non satis determinatur ex priorè conditione, adjungenda est posterior, prior quidem eam semper dat, posterior autem determinat. Ratio autem quare Conditio prior Quantitatem adjiciendam in Curvis hisce Hyperboli-formibus exterioribus non determinat quantitatem adjiciendam, hæc est, quia sc. in parte exteriore harum Curvarum quæ Axem prius assumptum secant, ordinatæ abeunt in Axem, & Abscissæ in ordinatas, Axis enim Curvarum in se non redeuntium est à puncto dato infinitus, & ubicunque reperitur Linea in hisce Curvarum portionibus suâ naturâ infinita, ea habenda est pro Axe illius Curvæ portionis, ubi verò lineæ utrinque finitæ, ea habendæ sunt pro ordinatis ideoque in Curvis Logarithmicalibus simplicibus ubi prior (& aliquando sequentes aliquæ) ordinata est infinita, ea in Quadraturâ exterioris ipsius portionis habenda est pro Axe, cujus partes à puncto fixo supputatæ, habendæ sunt Abscissæ, igitur prior hæc ordinata i. e. (in Curva exteriori)

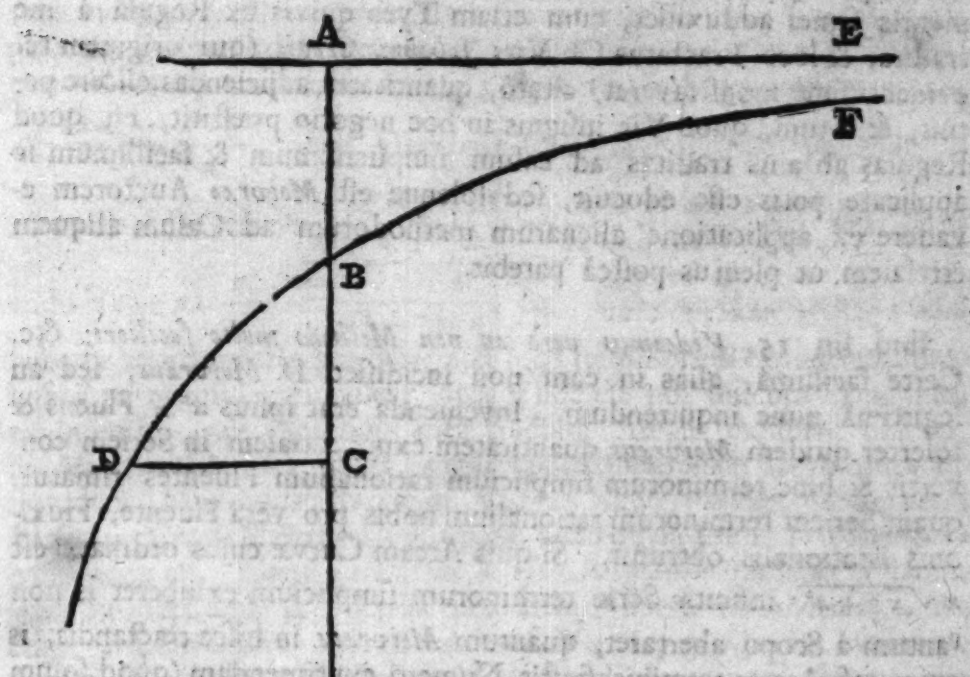
Axis positus nihilo æqualis Quantitatem adjiciendam determinat. Ut exemplo jam hæc illustrem: Afferatur primo Area Hyperbolæ exterioris Rectangulæ jam re-
 perta sc. $\log x + \infty$. Ponatur $x = z + 1$ capiatur $AF = 1$ $FG = x$ adeoque $AG = z + 1 = z$ sit item $GH = y$ erit, uti notum est, Area FEHG $= \log z + 1 = \log x$ quoniam jam Area hæc non incipit cum Abscissa, ut inveniatur quantitas adjicienda Area jam reperiæ, ponatur $x = 0$ erit $\log x$ seu $\log 0 = -\infty$ quod indicat Aream quæsitam jacere supraprimam. Ordinatum FE & esse suâ naturâ infinitam seu Aream AFEDCB esse æqualem



superficie interminabili adeoque Aream AFGHEDCB æqualem esse quantitati propositæ $\log x + \infty$ quia signum $-$ innuit hanc esse addendam Area prius FGHE ut sc. Area limitata computetur ex ex initio Abscissæ. Unde patet Aream Hyperbolicam esse utrinque

infinitam

infinitam; in Curvis autem Logarithmicalibus quæ Axem assumptum secant v.g. Quarum Natura sub hac æquatione $y = x^m / x$ compræ-



henditur, ut ex Area indefinita expressione $\frac{x^{m+1}/x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1}$ inven-
niatur portio exterior, AEFB; habenda est linea suâ naturâ infinita
AE pro Axe, & AB pro Ordinâtâ adeoque ponenda est y seu
 $x^m/x = 0$, unde emergit $x = 1$ adeoque $\frac{x^{m+1}/x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1} = \frac{1}{m+1}$

Areae exteriori AEFB quæ igitur addenda erit Areae expressioni in-
definitæ repertæ ut obtineatur Area limitata DCBAEFB =
 $\frac{x^{m+1}/x}{m+1} - \frac{x^{m+1}}{m+1} + \frac{1}{m+1}$. Quæ computatur ex initio Abscissæ.

Eodem modo in aliis Casibus procedendum ubi Curva secant Axem
assumptum & prima Ordinata initio Abscissæ competens est suâ na-
turâ infinitâ, quæ satis ostendunt universalitatem & probitatem Re-
gulæ pro Quantitatibus Adjiciendis à me exhibitæ.

Pag. 11. lin. 5. *Sed jam demonstratum est, &c.* Nihil hic habetur, nisi inepta ejusdem puerilis objectionis repetitio, quam nemo sanæ mentis semel adduxisset, cum etiam Tyro quivis ex Regulâ à me tradita, & loco Tractatus Cl. Viri *Johannis Cragii* (qui originem rei evidentissimè monstraverat) citatò, quantitates adjiciendas elicere potuit, & totum, quod Vir insignis in hoc negotio præstitit, est quod Regulas ab aliis traditas ad casum simplicissimum & facillimum se applicare potis esse edocuit, sed solenne est *Moiuvrao* Auctorem evadere ex applicatione alienarum methodorum ad Casum aliquem trivialem ut plenius postea patebit.

Ibid. lin. 15. *Videamus verò an non Methodo multo faciliori, &c.* Certe facillimâ, aliàs in eam non incidisset D. *Moiuvraus*, sed an legitimâ nunc inquirendum. Invenienda erat ipsius x^x Fluens & solerter quidem *Moiuvraus* quantitatem exponentialem in Serièm convertit & hinc terminorum simplicium rationalium Fluentes rimatur, quam Serièm terminorum rationalium nobis pro vera Fluente, Fluxionis irrationalis obtrudit. Si quis Aream Curvæ cujus ordinata est $x\sqrt{x^2 + a^2}$ infinitâ Serie terminorum simplicium exhiberet is non tantum à Scopo aberraret, quantum *Moiuvraus* in hisce tractandis, is enim etsi Aream terminis finitis Numero exprimendam (quod solum quærebatur) non exhibuerit, tamen Aream iisdem indeterminatis (cum Ordinatâ) expressam assignaverit, *Moiuvraus* autem Methodo suâ Areas nec finitis terminis, (ubi haberi poterint) nec iisdem cum Ordinatâ indeterminatis expressas invenit. Omnes enim *Moiuvrao* excepto, Aream semper deberi, iisdem cum Ordinata (modo fieri possit) indeterminatis exprimi (cujus ratio postea explicabitur) fatentur. Si enim Quantitates irrationales per Serièm infinitam terminorum rationalium exprimere liceret, Quantitates irrationales ex rerum Naturæ exularent, omnes enim in universum Quantitates exprimerentur aut terminis rationalibus numero finitis, aut infinitis: Sed insuper, quærendum venit, quare Curvarum transcendentalium (v. g. ubi Quantitas irrationalis Arcum aut Aream Circuli significat) Areas in terminis transcendentalibus quærit, & Curvarum exponentialium aut Logarithmicalium Areas in terminis exponentialibus aut Logarithmicalibus investigare renuit. v. g. Curvæ Aream cujus æquatio involvit $y = F \frac{ay}{\sqrt{2ay - y^2}}$

in

in terminis v & y investigare suo modo satagit. Sed Aream Curvæ ubi $v = x^a$ aut x^r per terminos exponentiales, aut (quod idem est, nōrunt enim omnes quam facillè hi in illos transeant) Logarithmicales, quærere non vult, certè, quia non potuit; quicunque autem utramque examina-verit, nostram *sc. Moivreanam* Methodum tractandi hæc Curvas, facillè percipiet quam eliget. Exemplo utramque illustrabo. Detur Curva exponentialis cujus æquatio est $x^x = a$ Area per methodus nostras reperta est $\frac{1}{4} \frac{x^{2x} - x^2 + 1}{la}$, Sed Methodo *Moivreanâ* tractata ponendo *sc.*

$x = z + 1$ invenitur $\frac{z^2}{2la} + \frac{z^3}{6la} - \frac{z^4}{24la} + \frac{z^5}{60la}$, &c. vel (faci-
endo $la = n$) $\frac{z^2}{2n} + \frac{z^3}{6n} - \frac{z^4}{24n}$, &c. Ubi loco Quadraturæ finitæ

habetur approximatio per Seriem, & loco terminorum exponentialium, habentur termini rationales: Atque hoc est nisi unicum Exemplum ex infinitis, quæ Methodo meâ tractata Aream exhibent finitam, at *Moivreanâ* laniata, nihil prætar approximationem largiuntur: Et siquidem Methodus tractandi Curvas Exponentiales, Geometris *Leibnitio*, *Cragio* & *Bernoullio* usurpata, adedò obvia fuisset ac *Moivreana* Methodus est. Certè *Leibnitius* & *Joh. Bernoullius* omninò culpandi sunt qui facillima & puerilia pro arduis nobis obtruserunt, dicit enim *Joh. Bernoullius Aët. Erud. mens. Martii pag. 131.* "Habemus
"etiam generalem Methodum Quadrandi hujusmodi figuras cui
"ipse *Leibnitius* licet consimilem invenerit pro ingenii quo pollet
"acumine, haud tamen facillè obviam esse ultro agnovit. Dicit etiam
ibidem, *Leibnitium* mire delectatum fuisse concinnitate, Seriei particularis casus Quadraturæ Curvæ cujus Ordinata est, x^x , viz.

ejus ubi $x = 1$ tunc enim evadit Area $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4}$, &c.

Quam ego ostendi (pag. 17. *Libri mei*) esse Corollarium Fluentis generalis à me repertæ. Perit autem concinnitas & pulchritudo progressionis hujus Seriei, cum Quadraturâ determinatur ex vulgatissimâ Methodò resolvendi Quantitates $p + pq^n$ in Series ut conatur *Moivraus*, sed misero ut ego ostendi effectū. Quod autem modus hæc Figuras tractandi à nobis exhibitus, planè idem sit cum more eorum, quod *sc.* per Logarithmicales & exponentiales Quantitates procedat, & quod Areas iisdem indereterminatis cum Ordinatâ exhibeant, patet ex exemplis ibidem à *Bernoullio* adductis: Quod item
Modus

Modus hanc Curvas tractandi ab insigni *Moirae* usurpatus, plane diversus sit, & neutiquam ad eundem Scopum colligans cum eorum More, facile percipiet quis ex collatione Exemplorum *Bernoullianorum* cum *Moirae*, quapropter ut Methodus *Moirae* obtineat debellandi sunt Geometrae pusilli, *Leibnitius*, *Cragius*, & *Bernoullius*, sed leve hoc erit Herculeano *Moirae*. Verum non injucundum forte erit observare quam inconcinniter & misere Animadversor noster, Methodum quam vocat suam (certè in hisce Tractandis sibi peculiarem, aliàs Methodus *evolutionis*, hisce Viginti Annis proximè elapsis, omnibus Mathematicis nota) applicat Casibus propositis, viz. Ad inveniendam Fluentem ipsius $x^x \cdot x$ 1° ponit $x = z + 1$ unde 2° $z + 1 | z + 1 |^{z+1} = x^x \cdot x$ 3° ponit $z + 1 | z + 1 |^{z+1} = y + 1$ hinc 4° elicit $z + 1 \times | z + 1 | = | y + 1 |$, & 5° ex Serie Logarithmicali reperit $z + \frac{1}{2} z^2 - \frac{1}{6} z^3 + \frac{1}{24} z^4 - \frac{1}{120} z^5$, &c. $= y - \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{3} y^3 - \frac{1}{4} y^4$, &c. Dein 6° per ipsius *Ab. de Moivre* Nobilissimum Theorema Universale $y = z + z^2 + \frac{1}{2} z^3 + \frac{1}{6} z^4 + \frac{1}{24} z^5$, &c. 7° $1 + y = 1 + z | 1 + z |^{1+z} = 1 + z + z^2 + \frac{1}{2} z^3 + \frac{1}{6} z^4$, &c. Ac tandem denique Area quaesita reperitur $z + \frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{6} z^3 + \frac{1}{24} z^4$, &c. Sed quorsum omnis hic apparatus, in quem nem introducuntur Logarithmi, Substitutio Quantitatis $y + 1$ & Theorema Universale, si probe intellexisset Theorema *Newtonianum* (quod non ita pridem è *Binomio*, ut ille estimaverat: in infiniti nomium transformaverat) Animadversor noster, rem statim, absque Circuitu nactus esset, posito enim indice vinculi, $1 + z = \frac{p}{q}$, $p = 1$, $q = z$, fit $1 + z | 1 + z |^{1+z} = 1 + z + z^2 + \frac{1}{2} z^3$, &c. unde $x^x \cdot x = z + 1 | z + 1 |^{z+1} = z + \frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{6} z^3$, &c. sed si hoc modo processisset *Moirae* ei, occasio defuisset citandi Theorema suum universale. Eodem modo laniavit Fluxionem $x^{x^x} \cdot x$ Pag. 12.

Pag. 13. lin. 10. Ubi x^{x^x} Logarithmus Logarithmorum, &c. Quidni? cum nulla alia expressio obtineri poterit, nisi descendatur in pueriles Series *Moirae*, est ut opinor Regula Generalis apud Geometras, ut Area exprimaturs iisdem & indeterminatis & terminis quibus ordinata, cum id fieri ullo modo poterit, sed Logarithmi Logarithmorum æquipollent Exponentialibus Secundi Gradus, & hæc in illas & è contra, facillimè transeunt: Adeoque Exponentiales Secundi

cundi Gradus exponendæ erant per Logarithmos Logarithmorum, quod etſi Myſterio ſit (& forſan in æternum erit) *Moiſvrao*, tamen alii omnes qui ſe Geometras venditant ſatis norunt.

Ibid. lin. 12. *Nos vero ad omnia hæc, nihil adhibemus præter Numeros vulgares, &c.* Certè vulgatiffimos, non tamen Genuinos, quiſ enim ex plebe Arithmeticus, qui Methodum *Moiſvraanam* non calluit; ſed etſi vulgaribus ſatis numeris Areas harum Curvarum expreſſerit, tamen ad eos inveniendos, (ex ignorantia ſuæ Methodi) numeros minimè vulgares adhibuit, eſt enim cardinale principium methodi ejus (ut ſeam expoſuit) ab expreſſione exponentiali, tranſire in Logarithmicalem indèque in Series, & hoc modo in exemplis ſuis procedit, etiamſi illud hic negaverit.

Pag. 14. lin. 3. *Sed quis emunctæ naris homo, &c. Moiſvraus* non certè, uti enim ei non ſcripſeram, ſic nec eum veſtigia inveſtigat-
onis ſupplere poſſe æſtimaveram. Verum ſi *Moiſvraus* ſe geſſiſſet, ut Virum Modèſtum decet, me aut alios eadè uſos Methodò conſuluiſſet de modo veſtigia deficientia ſuppeditandi, Eſt Regula ab ipſo magno *Newtono* allata, Pag. penult. *Tractatus nuper Editi de Quadraturis*, eas Fluents eſſe probas, quarum Fluxiones collectæ æquantur Fluxionibus propoſitis, cum jam hoc indicio Fluents à me assignatæ probæ ſint, æquum fuiſſet ſupponere, Concluſionem veram ex præmiſſis veris Methodò certà elicitam fuiſſe, præſertim cum ante me nemo ut opinor, calculos, aut perplexiores aut pròlixiores ſubduxerit. Et certè prodigii inſtar fuiſſet, me ſemper Caſu non Arte probam intuliſſe concluſionem. Et, ſi unicam Fluentem à me assignatam indicio ante laudato probatam, non probam demonſtraverit *Moiſvraus* (ſalvo manente Calculo) me ipſius ſervum tradam. Sed ut quod in re eſt edicam; Ego principia ex quibus Methodum ipſam hauſi (quæ conſiſtebant ex aſſumptione Fluents pro lubitu, terminis, coefficientibus (& aliquando exponentibus) indeterminatis adfectis, conſtantis, indèque Fluxionum hujus aſſumptæ Fluents (quæ ſæpè facillimè ſe prodebat) collectione, terminorum (ſiqui erant) homologorum comparatione, præmiſſâ, (ſi opus erat,) ex debitis ſuppoſitionibus, exponentium determinatione, & errorum, ſiqui erant, in aſſumptione, ex comparatis terminis emendatione) exponere contentus, veſtigia ſingula particularia non exhibui, ſcribebam enim *Viro* cui talia oneri futura erant, & certè ſi in captum *Moiſvrai*
C descen-

descendisssem volumen (à quo abhorrebat Animus) non Epistolam scripisssem, sed satis videbam quid *Moirvraum* ageret, ideóque pag. 7. *Addendorum*, Regulas Generalissimas tradidi, unde formulæ Fluentium in infinitum hauriri possint, ita ut jam nihil habet quod quærat *Moirvraus*; Adeóque quod hætenus semel in Tractatu meo insinuavi adhuc asserere ausim, nullum Generale, aut Nobile Theorema in Methodo Fluxionum Inversâ, sine nostra ut non dissimili Methodo investigandum esse, sed ut Methodus illa Casibus propositis ritè applicetur, Virum in rebus illis magis versatum postulat, quam ex Editis suis *Moirvraum* esse constat.

Ibid. lin. 13. *Imo pene demonstrare possum, ipsum nihil. Omnino habuisse quod Gressus huc dirigeret, &c.* Hoc est negationem demonstrabit, verum pleræque demonstrationum *Moirvaanarum* sunt pene demonstrationes *i. e.* Nullæ demonstrationes; Si affirmationes aut jactantia sine Lege aut Modo Demonstrationes forent, certè Demonstrationum nemo majorem copiam largiretur, sed hujus certior facio *Moirvraum* (cujus oculari demonstratione potietur cum voluerit) nullum esse Theorema aut Problema alicujus momenti in Tractatu meo, cujus investigatio plenaria per singula Vestigia in Adversariis meis non extiterit; Et quod ex Formulæ Fluentium, & aliis quibusdam earum circumstantiis conjecturâ solâ pag. 13. *Tractatus mei*, assecutus sum, nunc ex Editâ ab ipso Theorematum suorum investigatione, evidentissimè patet, *sc.* Methodum à me usurpatam, non esse ei multo dissimilem quâ utitur summus ille Geometra *Isaacus Newtonus*, utriusque enim idem est Fundamentum, hisce ipsius Verbis *Pag. ultima Tractatus de Quadraturis* comprehensum. "Nam & Fluens pro lubitu assumi potest & Assumptio" corrigi, ponendo Fluxionem Fluentis assumptæ, æqualem Fluxioni propositæ, & terminos Homologos inter se comparando. Ille quidem diversimodi formas Fluentium rationalium explorat, ego ut opinor Methodo satis demonstrativâ & Generali, & quidem diversis modis res obtineri poterit, uti ego ostendi; *Pag. 2. Libri mei*; sed quod cardo rei est, utitur ille Expressione assumptitiâ, coefficientibus indeterminatis & comparatione Terminorum Homologorum, quæ sunt præcipuæ partes Methodi à me usurpatæ; adeóque evidentissimè patet, Methodum à me usurpatam non esse ei, quâ utitur ille multo dissimilem, vel in nihilo dissimilem præter modum determinandi Formas Fluentium, quem ego Regulâ in infinitum pag. 7. *Addendorum*

dendorum assignavi. Hæc ego non adduco quasi comparationem instituerem inter Pusilla mea, & Nobilissima ipsius reperta, ego enim ut opinor justitiam magnis ejus Meritis debitam in Tractatu meo Gratus persolvi, sed ut Animadversori nostra ostendatur; Augurium ipsius de Methodo meâ Pag. 7. Præfat. fuisse falsum, ut Revera sunt omnia quæcunque quæ adversus *Librum meum* effudit.

Pag. 15. & 16. Nihil continent præter ipsius Methodum binos simplicissimos & facillimos casus Arearum Curvarum irrationalium investigandi, quos tamen minimè investigat, supponit enim primum utrobique terminum cognitum, quod ni sit Petitio principii in omni sensu, nihil tale agnoscendum erit in rerum naturâ.

Pag. 17. l. 12. *Fluentem Quantitatis* $\frac{2}{y} \times F : \frac{2xy + y^2}{\sqrt{2xy + y^2}}^2$ *querere simulat,* non querit, (cujus rationem adducit) eo quod non explicuit quo pacto ad Formam Fluentis pervenerat. Est ne hoc jam optimum ratiocinium; Non investigavi quia non explicui quo modo investigavi, etiamsi Fluentem interim quæsitam adduxerim; si mihi Fluxionem proposuisset *Moiwraus* cujus ego Fluentem assignare renuerem, tunc defectum Methodi meæ meritò quæreretur, sed cum tantam Copiam & varietatem Exemplorum tractaveram, certè ego Methodò quâdam ea investigavi qualiscunque interim Methodus illa sit. Nescio quid sibi velit per hæc verba *Moiwraus*, nisi se non intelligere quâ Methodò ego hæc investigavi, quod ei facilè concesseram, meam enim nequaquam, suam (quam dicit) non probe intelligit.

Pag. 17. lin. 18. *At nos Autoris exemplum, &c.* Hic iterum vanæ & ineptæ de Methodis suis jactantiæ repetitio, si honestè & ut Virum modestum se gessisset *Moiwraus*, Methodum suam prius Orbi literato exposuisset, & expectasset dum de eâ sententiam suam tulissent Judices Idonei, si tantum commodum Generi humano ex Methodo suâ fluere, certè eum debitis laudibus non fraudassent periti, sed maximè veretur Vir prudens, ne Methodi suæ nullam habeant rationem Mathematici, ideòque si non aliis, tamen ipsi est animus se suis laudibus ornare, & quidem si novi, aut hætenus desiderati quidquam ex Methodo sua produxisset, talem se gerendi modum vanissimo Homini ignosceremus, sed cum nihil nec Novi, nec Generalis (ad Casus enim Generales extendi hanc Methodum non posse, posthà :

ostendemus) sed Casus aliquos particulares & facillimos, & Tyrannibus singulis dudum notos, ex Methodo à se ita proclamata elicerit, eam ut opinor Orbis Literatus tanto clamore vix dignam censerebit.

Pag. 19, 20 & 21. Nihil continent præter invitam ignorantiae Animadversoris nostri confessionem. Nemo enim est, in rebus hisce quam minimè versatus, qui multitudine & varietate Exemplorum à me adductorum adjutus ignorare poterit, qui assumi debeant aptæ Fluentium Formulæ, etsi Regulam in gratiam Tyronum Pag. 7. *Addenderum* non adduxissem.

Pag. 24. lin. 1. *Ipse quidem*, &c. Majora aut magis conspicua impudentiæ & ignorantiae Animadversoris nostri specimina, quam hætenus allata non expectabam, fateor tamen me, perfectis citatâ & sequentibus quibusdam libri sui paginis, obstupuisse quidem. Nihil enim expressius aut manifestius proponi poterat, quam conditiones abrumpendi in Theoremate hoc, Pag. 25. *Observ.* 5, 6, & 7. Si enim m sit numero integro affirmativo, aut nihilo æqualis, Numerus Serierum finitus evadit, v. g. si $m = 1$, omnes Series subsequentes evanescunt, & prima dat Fluentem quæsitam; si $m = 2$ Series omnes præter Binas priores evanescunt, & hæ duæ dant Fluentem quæsitam, & sic in reliquis. Si n numero integro & affirmativo aut nihilo æqualis sit, subsistendum ad terminum Seriei, ubi n — numero integro affirmativo, aut nihilo, æqualis est nihilo; & sic Series ipsæ evadunt finitæ, vel etiam si $2n$ æqualis sit numero impari aut affirmativo aut nihilo, etiam Series ipsæ evadunt finitæ; sed Fluens cujus Fluxio comprehenditur sub Formula Generali $x^m y^n v^p$; terminis utrinque finitis non exprimetur, nisi binæ saltem ex hisce tribus conditionibus adfuerint. Verum inquit *Moiwraus* Pag. 24. lin. 4. "Immo quidem tantum abest ut ipsæ finitæ evadant" quod quælibet earum terminos, non tantum Numero sed Magnitudine etiam infinitos habitura sit. Certe ignorantiae consummatissimæ hoc est specimen, si mihi in viri stupiditatem verba facere gratum foret, hic foret locus, Ansam enim hic promptissimam præbuit, sed ut Animadversoris objectio, etiam suo sensu fortissima evadat, addo, ego, terminos hõsce futuros non solum Magnitudine infinitos, sed etiam plusquam infinitos; Et ob hanc ipsissimam rationem rejiciendos fore. Vulgatissimum enim est, scum in investigatione

gatione finiti valoris, quæſiti cujuſvis, reperiantur termini finiti & infiniti magnitudine, infinitos omnes eſſe rejiciendos, cum hi finiti quæſiti naturam non ingrediantur, hoc eum latere non potuit, ſi principia facillima Calculi Fluxionum intellexiſſet; Tyro enim quivis in Elementis hujus Calculi, ſatis novit quod in primis Fluxionibus quantitatis x^m investigandis, ſi loco x ſcribatur $x + \dot{x}$ fore $x + \dot{x} |^m$

$$= x^m + m x^{m-1} \dot{x} + m \times \frac{m-1}{2} x^{m-2} \dot{x}^2, \&c. \text{ Ubi ad conſtituendam}$$

Fluxionem quæſitam rejiciuntur non ſolum $m \times \frac{m-1}{2} x^{m-2} \dot{x}^2, \&c.$

Quia infinites minores, ſed etiam x^m quia infinite major Fluxione quæſita: Sic etiam in Serie *Newtoniana Princip. Phil. Mathematica*

$$\text{Pag. 263. } e - \frac{a^0}{e} - \frac{n n^0 0}{2 e^1} - \frac{a n^2 0^3}{2 e^5}, \&c. \text{ Rejicitur Quantitas fi-}$$

nita in conditione Tangentis determinandâ, quæ Quantitatem infinite parvam ſolum requirit, evaneſcunt & omnes termini in infinitum, eo infinites minores, ſed finita quantitas eſt ad infinite parvam, ut infinita Quantitas ad finitam. Eodem modo rejiciuntur tum e tum

$$\frac{a^0}{e}, \text{ Quantitates hoc Caſu infinite magnæ in Serie hac, quum per}$$

Tertium Terminum $\frac{n n^0 0}{2 e^1}$ quæritur Curvatura quâ gaudet Linea

Curva; evaneſcunt item & reliqui hac infinite minores, nam ut finitæ magnitudinis pars nulla eſt quantitas infinite parva, ſic nec quantitas infinite magna, ita partis infiniteſimæ, portio nulla eſt nec quantitas finita, ut pote infinite major, neque quantitates infinites infinite parvæ, aut hinc inferiùs decedentes. Hæc ſi cognoviſſet *Moiſvraus* Monumentum Ignorantiæ ſuæ non ſtruxiſſet *Pag. 13.* in deſcribendâ ex Theoremate meo Quadraturâ Curvæ cujuſ ordinata eſt $v^1 y$, terminis finitis & infinitis conſtante. Sed etiamſi hæc Conditiones non adduxiſſem, Nemo niſi ex induſtria ignorare poterat Conditiones abruptendi ex ipſius Theorematis ſtructurâ & progreſſu; præſertim, cum jam in *Actis Phil. Septemb. & Decemb. 1697.* ſimilia omnino Theoremata, à *Cl. Viro*, eorum omnium Auctore primo *Joh. Cragio*, ſuis Exemplis illuſtrata extarent, Sed laboravit *Moiſvraus*, non ut vera inveniret, quæ meis opponeret, nec ut veriſimilia, quæ mediocriter in
hiice

hiscē versatis imponeret, sed ut falsa fingeret, quibus omnino imperitis videretur aliquid saltem adversus me dixisse. Sunt quidem in Theoremate isto nostro mendæ quædam Typographicæ, quas tamen qui vis ex naturâ progressûs Seriei corrigere potuisset. *v.g.* in Secundo Termino primæ Seriei pro $b v^{m-1}$ lege $b v^m$. In secundæ Seriei primo termino pro y^n lege y^{n+1} , in Secundo, pro y^{n-1} lege y^n , & sic in reliquis, secundæ Seriei terminis, augendus semper est exponens ipsius y , unitate. Item in *Observ. 2. Pag. 24.* pro $b v^{m-1}$ lege $b v^m$, pro $m-c$ lege $\overline{m-1} c$ = Coefficienti ultimi termini, &c. pro $\overline{m-2} d$ lege $\overline{m-4} d$, &c. Sed ne miretur *Moiuraus* errorem unum aut alterum irrepsisse aut in calculo, aut in Typorum collectione Casûs implicatissimi, sciat se errorem eundem bis admisisse in calculo Casûs facillimi & simplicissimi, *sc.* ubi Ordinata est $v^1 x$,

habet enim loco $\frac{27}{128} \frac{45}{128}$. Hoc ego ideo adduco, ut pateat.

Humillimam & sedulam Animadversoris diligentiam, Sphalmata hujusmodi etiam in puerilibus casibus præcavere non potuisse, sed ut ad nostra redeam, hiscē emendatis cætera prodeunt probe. Exemplum enim ab Animadversore allatum, Theoremati meo debite applicatum, faciendo $m=3$, $n=1$, $r=1$, dat $\frac{1}{2} v^3 y^2 - b v^3 + \sqrt{2 a y - y^2} + \frac{3}{4} a v^2 y + \frac{2}{4} a^2 v^2$ (plures termini in hac Serie non accipiendi ob $n-1=0$ in sequentibus terminis) $- \frac{3}{4} a^2 y^2 v - \frac{2}{4} a^3 y v$ (hic etiam sistendum in secundâ Serie) $+ C v - \frac{3}{4} a^3 y - \frac{27}{4} a^4$. Et hic Fluens omnino terminatur, & quia $\frac{2}{4} a^2 y^2$ est terminus ultimo abrumpens in primâ Serie, igitur $3 b = \frac{2}{4} a^2$ adeoque $b = \frac{1}{6} a^2$. Item quia $\frac{27}{4} a^4$ est terminus ultimo abrumpens in Tertiâ Serie, ideo $c = \frac{27}{4} a^4$, quare vera Fluens est $\frac{1}{2} v^3 y^2 - \frac{1}{6} v^3 a^2 + \sqrt{2 a y - y^2} + \frac{3}{4} a v^2 y + \frac{2}{4} a^2 v^2 - \frac{3}{4} a^2 y^2 v - \frac{2}{4} a^3 y v + \frac{27}{4} a^4 v - \frac{1}{6} a^3 y - \frac{27}{4} a^4$ $\times \sqrt{2 a y - y^2}$; Quam Fluentem directè & facillimè ex Theoremate meo elicitam (sine quatuor aut quinque indeterminatis quantitibus diversis ab iis quibus Fluxio data exprimebatur ut *Moiuraus* solenne) solis x & v exhibitam, probam & justam assero, non obstantibus nugationibus *Moiuraanis*. In secundo Exemplo ubi $v^3 y^{\frac{1}{2}}$ est Fluxio data, fac $m=3$ $n=\frac{1}{2}$ $r=1$ fit Fluens ex Theoremate

$$\frac{2}{3} v^3$$

$\frac{2}{3} v^3 y^{\frac{1}{2}} - b v^2 + \sqrt{2 a y - y^2} \times \frac{4}{3} a y^{\frac{1}{2}} v^2 + \frac{16}{3} a^2 y - \frac{1}{2} v^2$
 $-\frac{16}{9} a^2 y^{\frac{3}{2}} v - \frac{64}{3} y^{\frac{1}{2}} v + c v, -\frac{32}{27} a^3 y^{\frac{1}{2}} - \frac{1024}{27} a^4 y^{-\frac{1}{2}}.$ Ubi
 quia $\frac{16}{3} a^2$ est Coefficientiens ultimi Termini Abrumpentis in prima
 Serie 3 $b = \frac{16}{3} a^2$, adeoque $b = \frac{16}{3} a^2$, Item $c = \frac{1024}{27} a^4$. Jam expe-
 riatur Fluentem hanc, Indiciò à *Newtono* exhibito, & eam (salvo
 Calculo) probissimam inveniet; Adeoque quod *Moiuraus* inderecè,
 & ope Theorematum suorum pro Curvarum comparatione prius
 impetratà, cum tanto labote & strepitu & substitutionum apparatu,
 in quibusdam Casibus facillimis & puerilibus præstitit, nos directè ex
 Principiis Analyticis, universaliter & facillimè, iisdemque solum in-
 determinatis cum Fluxione datà præstitimus, & *Moiuraum* appellamus,
 ut Exemplum Methodis nostris non pervium assignaverit, nos infi-
 nita per Methodum ipsius quatenus hætenus explicatam impossi-
 bilia, posthac sumus largituri.

Pag. 28. lin. 23. *Equidem manibus & pedibus in suam ibo senten-*
tiam, &c. Nihil verbis meis expressius proponi poterat, quæ etiamsi
 citaverat, diversum omnino sensum à meo tamen iis affigit. Ver-
 ba sunt hæc. "Denique quod nisi tum m , tum n , æquales fuerint
 "Numero alicui integro & affirmativo aut nihilo, vel 2 n Numero
 "impari affirmativo aut nihilo, Fluens (Fluxionis sc. comprehensæ sub
 "hac Formâ $v^m y^n$ (de hacce enim solum hic loquebamur) ter-
 "minis Numero finitis non exhibebitur. Velim assignasset Fluxi-
 onem quæ sub formulâ assignatâ cadit, cujus Fluentem ex hoc
 Theoremate ego non elicerem. Jam non obstante expressâ hac
 Cautione, ille Fluxionem proponit quæ sub hac Formulâ non cadit,
 & Fluentem ejus quærit ex hoc Theoremate, sed plurima me mo-
 vent ut suspicer, eum linguam quâ Liber meus est exaratus non
 intelligere, & usum imperitò quoddam in traducendo Libro meo
 in Linguam Vernaculam, & suo in Romanam, si enim Linguam
 ipse calluisset, non potuit, nisi ex summa in honestate in tot per-
 spicuos Errores incidisse. Nos Methodum à nobis usurpatam varietate
 Exemplorum satis amplâ ut opinor illustravimus, omnes tamen Casus
 possibiles adduxisse infinitum fuisset. Sed en Exemplum ipsius pusilla
 universaliter soluta, sit enim æquatio $x = r y^{-n} v$ (ubi v denotat
 Acum Circuli cujus radius a , Ordinata $\sqrt{2 a y - y^2}$) erit Area

 $= r y$

$$\begin{aligned}
&= \frac{r y^{-n+1} v}{-n+1} + \sqrt{2 a y - y^2} \times \frac{-r}{3-2n \times 1-n} y^{-n+1} + \frac{\frac{n-2}{5-2} \times -A}{\times a} y^{-n+2} \\
&+ \frac{\frac{n-3}{7-2n} \times -B}{\times a} y^{-n+3} + \frac{\frac{n-4}{9-2n} \times -C}{\times a} y^{-n+4} + \frac{\frac{n-5}{11-2n} \times -D}{\times a} y^{-n+5} \\
&+ \frac{\frac{n-6}{13-2n} \times -E}{\times a} y^{-n+6}, \&c. = F: r y^{-n} v j, \text{ Ubi } A, B, C, D, \&c.
\end{aligned}$$

denotant Coefficientes Terminorum immediatè præcedentium, & si n æqualis fuerit Numero integro affirmativo, vel $2n$ æqualis Numero impari affirmativo, Area exhibebitur terminis numero finitis. Adeoque quod Animadversor in duobus Casibus simplicissimis (ubi sc. $n=2$ vel 3 .) multo canatu & labore obtinuit, nos universaliter & in omnibus Casibus possibilibus solvimus.

Pag. 30. lin. *Neminem esse suspicor qui Theorema Generale, &c.* Fallitur tamen *Moiivraus*, desideramus enim nos, & maximè quidem; ut Theorema saltem unum aliquod Generale, è Methodo suâ eliciisset. Susplicamur enim se penes non esse, cum omnia qualiacunque quæ in buccam venerunt, effuderit, & causa suspensionis etiam altera est sc. cum Theorema hoc, sine infinitis Numero Seriebus probe exprimi nequiverit, cumque *Moiivraus* primum semper Seriei terminum cognitum supponat, oportet ut in hoc Theoremate investigando infinitos terminos (cum infinitæ sunt Series) cognitos supponat: qui, nisi aliunde innotescant, non sunt ex ejus Methodo cogniti adeò faciles. In Casu particulari autem ubi Fluens finita obtinetur, res aliter se habet, quia (primo prioris Seriei cognito) terminus abruptus in unâ aliquâ Serie, introducit incipientem in altera, sed in Theoremate generali nullus erit Terminus abruptus, adeoque nullus incipiens præter primum; hinc an legitime investigare queat Theorema hoc *Moiivraus* multum dubitamus. Sed hoc etiam investigato, nihil vel parum in hisce Curvis profecit Animadversor noster, non enim procedit Methodus ipsius, nisi impetratâ veniâ ex comparationibus Curvarum, quas ultra Conicas Sectiones nondum extendit *Moiivraus*, infinities autem infinitæ sunt Curvæ irrationales quæ ex Conicis non pendent. Quare adhuc restat ut exhibeat modum hæc tractandi, nos autem hæc Comparationes non solum in infinitum extendimus Pag. 94. Probl. 7. (Quarum solum Casus facillimos & simplicissimos assignare potis erat *Moiivraus*) sed Methodum hæc Curvas tractandi Comparationibus illis independentem

dentem universalem tradidimus; non solum Curvas irrationales primi, sed omnium Graduum irrationalitates comprehendentem; Aded ut Methodus à me usurpata ad *Moiuraanam* se habet, ut infinitum ad finitum, si ita loqui liceat.

Pag. 31. lin. 16. *Vix sese continere potuit, &c.* Modeste quidem, lego non solum Curvas hæc aggressus sum, sed omnes in infinitum Gradus, harum pertractavi, ostenso sc. Pag. 7. *Addendorum*, qui Formulæ Fluentium assumi debeant, ita ut jam ad eas requiratur, solum methodus Fluxionum Directa, & Analysis vulgaris.

Ibid. lin. 20. *Sed superba hæc Ædificia, &c.* Ædificia hæc stabunt forte (non ut mea sed quia solida) etiam post impotentes Animadversoris Concussus, æstimat autem Fluents à me assignatas non esse probas quia divergunt. Sed quid hoc ad rem; Si natura rei aliam non patitur Expressionem, non sunt Culpandæ Methodûs eam proferentes. Experiatur *Moiuraus*, Casus à me allatos, illum v. g. ubi Fluxio data est $x^m l: x \dot{x}$ ponendo, ut ille solet, primum Flu-

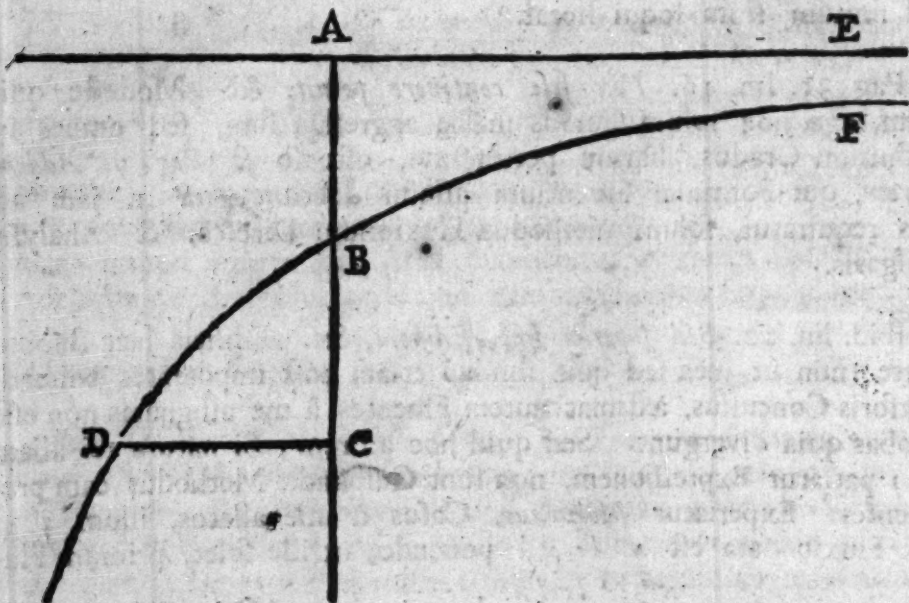
entis terminum = $\frac{x^{m+1} l: l x}{m+1}$. Inveniet etiam Methodô suâ, Fluentem omninò eandem cum eâ à me assignatâ, & quidem si aliam Expressionem à meâ diversam admiserit Casus ille, servatis iisdem Indeterminatis, cur eam non assignaverit Animadversor, qui quod sanum est, meorum loco semper substituere promittit. Vel etiam cur non ostendit acceptas earum Fluxiones, non esse æquales Fluxionibus propositis. Hoc si fecisset, aliquid præstitisset, sed hoc nec eum nec fautores suos penes est.

Pag. 32. lin. 10. *Quod est absurdum, &c.* Quod non est absurdum, Assertio enim mea est tam valida quam sua; & insuper addo, quod tantum abest ab Absurdo, ut sit verissimum, est enim $0-10-10-20-60-240, \&c = -\infty$, quod ostendit Aream (si quidquam affinitatis inter Analysin & Geometriam calluisset *Moiuraus*) in hoc

D

casu

casu esse Infinitam ad alteras partes Abscissæ, inter ipsius initium & Curvæ concursum cum Axe, vel primâ Ordinâtâ ; hoc est, Arcam



A B F E esse Infinitam; Et hoc etiam elicere potuisset ex *Libri mei* Pag. 66. *Observ. 2.* Sed *Librum meum* non legit ut peritior inde evaderet, sed ut Invidiam & Malitiam suam acueret.

Pag. 32. lin. 17. *Et si cætera Theoremata, &c.* Magnâ quidem confidentiâ hoc asseritur, nulla interim Probationis species adfertur. Cætera Theoremata non semper divergunt, neque eorum divergentia, ea non proba esse arguunt. Divergunt quidem aliquando, sed eorum natura, divergentiam reddit necessariam: sed quod ea esse omnino legitima demonstrat, est, quod eorum Collectæ Fluxiones æquantur Fluxionibus primo positæ, & si quidquam aliud requiratur, quo eorum probitas evincatur, assignet Animadversor.

Ibid. lin. penult. *Et error idem in quem, &c.* Satis hætenus ostendi ut opinor, quamobrem in ipsâ Epistolâ de Quantitate Adjicienda mentionem injicere non debueram, cum autem de Arcis & Quadraturis Curvarum verba fiebant, Regulam dedi pro obtinendâ Quantitate adjiciendâ, quam Generalem & in omnibus Casibus obtinentem

tinentem assero; Sed scire velim cur peritiam suam hic non pro-
 diderat Auctor, optima erat occasio hic defectus meos, ut promissis
 suppeditandi, & ostendendi quomodo Quantitas adjicienda hic &
 universaliter in hisce Casibus obtineri poterat; certe nulla silentii
 ipsius causa, præter Animadversoris ignorantiam assignari potest.
 Regulâ autem nostrâ Quantitas adjicienda in hoc & omnibus si-
 milibus Casibus sic elici poterit. Pone $x=0$ in Fluente allatâ, sic
 $lx=\infty$ & $l:l x=l \infty=\infty$ (ut enim $l0=-\infty$ sic $l\infty=+\infty$
 ut pater, tum ex constructione Logarithmicâ, tum ex Serie
 Logarithmicali vulgari,) adeoque $\frac{x^{m+1} l:l x}{m+1} - \frac{x^{m+1} l^{-1} x}{m+1!}$
 $-\frac{1 \times x^{m+1} l^{-2} x}{m+1!} - \frac{1 \times 2 x^{m+1} l^{-3} x}{m+1!}, \&c. = a$ (= parti finitâ Inde-
 determinatâ) $-a-a-a-a-a, \&c. = a - \infty a = -\infty a$. Et
 si velis quales sint partes finitâ a in ista Serie cognoscere, pone
 $y=x^m$ $l:l x=0$, sit x seu $A B$ (vide fig. præced.) $=10$, $lx=1$ l
 $lx=0$, hoc enim necessario requiritur ut sit $x^m l:l x=0$. Quare
 positis hisce valoribus in Fluente repertâ evadit $A B F E$ seu Quan-
 titas adjicienda $0-10-10-20-60-240, \&c. = -\infty a$, quare
 $-\infty a$ adjicienda est cum contrario Signo, ut Area incipiat cum Ab-
 scissâ, & si fuisset Ordinata Curvæ $x^m l:l:l x$ ut Quantitas ad-
 jicienda Numeris vulgaribus exprimeretur, ponenda erat Ordinata
 $x^m l:l:l x=0$ & sic prodiret $x=10000000000$ $lx=10$
 $l:l x=1$ $l:l:l x=0$. & sic porro in infinitum:

Pag. 33. lin. 4. Si quidem concedamus, &c. Oporteret ut concedat
 utcunque invitus, vera enim sunt Theoremata à me allata, quia
 eorum Collectæ Fluxiones æquantur Fluxionibus primo positis, &
 nisi contrarium hujus demonstraverit *Motivans*, nihil ad rem dicit,
 sed ignorantiam suam prodit. Et in Casibus sub lite Serierum ir-
 rationalium fautor fui, & etiamnum existo, quia nullæ aliæ Fluxi-
 onum propositarum probæ sunt Fluentes. Non enim licet Quanti-
 tatem irrationalem in Seriem rationalem convertere, & inde ipsius
 Fluentem quærere, quia Fluentes iisdem sunt Indeterminatis expri-
 mendæ, quibus Fluxio proponitur. Insuper si Areas Curvarum ir-
 rationalium per Series rationales quærere liceret, in quem finem
 tota irrationalium Algorithmus? & tot Quæræla à Geometris injectæ
 quod eas limitibus Geometricarum, excluderat *Cartesius*; in quem

Leibnitii, Hospitalii, Cragii & Bernoulliorum de iis hac Methodo tractandis Dissertationes, certè si Consilium *Moirvai* obtineret, omnia hæc tanquam Nugæ rejicerentur, & Viri hi Clarissimi, tanquam inepti audirent. Sed cujuscunque Momenti sit Auctoritas *Moirvai* apud Nautas quosdam suburbanos, parum ut opinor valebit apud saniores Geometras, qui Curvarum irrationalium Methodo nostræ non dissimili, iisdemque principiis superstructâ, Tractatarum, optimum agnoscent usum. Sic enim Analogia inter Geometricè rationales & irracionales observatur, Constructiones Geometricæ extenduntur & promoventur, concinnitas & pulchritudo naturæ in harum Curvarum gradationibus, & Arcarum earum processu detegitur, mira Numerorum structura manifestatur: & sepositâ earum necessitate, mihi Nobilissimam generant Idæam, sapientiæ multifariæ Conditoris Naturæ, etiam processus isti, *Serierum Infinitarum, Numero infinities, &c. In Infinitum Ascendentium*, tantopere à *Moirvao* & *Fautoribus suis* spreтарum. Sed quod præcipuum est, hac Methodo solâ, deteguntur Vires naturæ hisce Curvis insitæ, notum enim est plerâsq; Curvas Philosophicas (si ita loqui liceat) esse Geometricè irracionales, Exemplo sint, Cycloides diversorum Generum, Catenaria, Curvæ celerrimi descensus, & minimæ resistantiæ Velaria & Elastica, quæ Methodo à *Moirvao* adhibitâ Tractatæ, nunquam proprietates suas Mirandas prodidissent. Ex quo enim Curvæ hæ, Methodo à me usurpatâ sunt Tractatæ, nobiliora Augmenta, admisit Geometria, quam ex reliquis Inventis seculo præcedenti repertis. Denique quærendum venit cur *Serierum* irrationalium in Curvis transcendentibus Fautor existat *Moirvæus*, immò *Serierum* irrationalium Numero Infinitarum, (Theorema enim pro Fluente Fluxionis $v^m y^n y$ sine infinitis Numero Seriebus exprimi etiam Methodo *Moirvæanâ* nequit, quod tamen se rimari posse facillimè, jactat) & eas in aliis Curvis Geometricè irracionales, Exponentialibus aut Logarithmicis Secundi Gradûs nempe, improbet? Certè ejus Methodo in Seriebus irracionales probis & genuinis, exprimere Areas talium Curvarum nequibat, ideoque Series irracionales contempsit.

Ibid. lin. 10. Videamus verò an Fluxiones hæc, &c. Misere quidem eas tractat *Moirvæus*, non ut Geometra sed ut Geometricaster, nodum enim non solvit sed discidit aut rupit. Quærebatur enim, Fluxionum harum irrationalium Fluents, in iisdem indeterminatis quibus Fluxio proposita exprimitur investigare. Ille eas in terminis

ratio-

rationalibus quærit, hoc est Irrationales tanquam Rationales tractat quod est infimi Subselii Geometram agere. Lippis enim & *Ton-Joribus* nota est Methodus hæc hisce 40 aut 50 Annis proximè elapsis, adeoque Exempla ab eo allata, aut sunt falsa, aut saltem perperam Tractata.

Pag. 34. lin. 21. *Forsan objiciet D. Cheynæus hæc omnia sibi innotuisse, &c.* Certe; ego ipsius mentionem Pag. 12. expresse injeci, eam tamen solummodo usurpandam esse dixi, ubi aut nostra ignorabatur, aut Curvæ eò implicationis pervenerant ut nimiam Calculi molem requirerent; (quod defectum nostræ Methodi, non arguit, sed imbecillitatem Intellectûs humani, qui rem utcunque concinnam & probam, nimium tamen laborem postulantem, ferre nequit.) Sed ex Methodi *Moiræana* facilitate contemnendâ liquet, nos non ex ignorantia, sed industriâ & rei necessitate, Series irrationales adhibuisse, fatebitur enim ipse *Moiræus*, qui Methodum suam calluit, cum à nobis usurpatam Methodum ignorare potuisse.

Pag. 35. Fluxiones logarithmicales secundi Gradûs aggreditur *Moiræus*, sed Exemplum unicum & illud infimum & facillimum earum à me Tractatarum attingere ausus est. Nec per totum Librum suum Casum aliquem generalem aggressus est, hi sc. Methodis suis quatenus ab ipso intellectis, impervii. erant. Si Animadversor noster, expressiones sectando irrationales veras, Fluents à me allatis diversas explorasset, aliquid fecisset, sed hoc nequidem pertexere ausus est. Casus autem puerilis ab eo allatus, Etsi terminis irrationalibus exprimatur, tamen non probis & genuinis, quod patebit cum ad Notationem nostram reducendo, quæ sic se habet, $v = l\sqrt{x+1}$ $\omega = l : l\sqrt{x+1} + 1$ adeoque $\omega x = x l : l\sqrt{x+1} + 1$. Jam quæritur ut Fluens ipsius ωx exprimatur per omnes hæc tres indeterminatas simul, si id fieri potest (quod factu possibile ex ipsius Fluente à me allatâ patet) ille interim eam exhibet aut per solam x , aut per solam $l\sqrt{x+1}$, aut denique per solam $l : l\sqrt{x+1} + 1$. quod nisi sit, scopum non attingere ut ille loqui amat, ego nescio quid sit. Et ut ratio servandarum earundem irrationalium Quantitatum in Fluente quibus exponitur Fluxio proposita, pateat. Considerandum venit, quod si quantitates hæc irrationales abigantur è Fluente,

Fluente, eas aut in rationales, aut in irrationales inferioris Gradus convertendo, compositiones Fluentis ex hisce irrationalibus Quantitatibus, concinnitas constructionis inde oriunda, relationes Coordinatarum ad Areas, comparationes Arcarum Curvarum inter se, & quod præcipuum est, limitationes portionum Curvarum irrationalium Geometricè Quadrabilium absorbentur, & evanescunt. Et è contrâ servatis irrationalibus Quantitatibus in Fluente quibus exprimitur Fluxio proposita, servantur & facillimè prodeunt omnes hæ affectiones Arcarum Curvarum irrationalium, & *Moirvus* Methodo suâ hæce irrationales Quantitates, aut earum aliquot destruendo; in Absurdum multò gravius incurrit quam is qui Problema Geometricum per Ciphras *Arabicas* investigaret, conderentur enim & absorberentur, compositiones aliæque affectiones Problematis per Numeros hosce vulgares, quæ per Cossicos servarentur & patefcerent. Et revera nec $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{14}x^4$, &c. Neque $\frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{6}v^3 + \frac{1}{11}v^4$, &c. Nec denique $\frac{1}{2}\omega^2 + \frac{1}{3}\omega^3 + \frac{1}{5}\omega^4$, &c. Est ipsius ωx Fluens propria & adæquata, prior enim est Fluens ipsius $x^2 - x^2x + \frac{2}{6}x^3x$, &c. Secunda ipsius $v^2 + \frac{1}{2}v^2v + \frac{1}{3}v^3v$, &c. Tertia denique est ipsius si $\omega^2 + 2\omega^2v + \omega^3v$, &c. In quâvis enim assignatarum Serierum non retinentur, omnes Quantitates irrationales quæ in Fluxione dantur, est enim Fluxio $\omega \sqrt{x+1} + 1$. Sed facta $\omega x = \frac{1}{2} l: l x$. fit ipsius Fluens $= x l: l x - \frac{z}{l x} - \frac{z}{l x^2} - \frac{2z}{l^2 x} - \frac{6z}{l^4 x}$, &c. Ubi sc. retinentur tum rationales tum irrationaler Quantitates Singulæ viz. x , $l x$ & $l: l x$, quæ in Fluxione propositâ oblatæ erant; fateor quidem variis Formis posse singulas Fluents compositas exhiberi, sed ex semper eligendæ sunt in quibus quantum fieri possit, servantur Quantitates irrationales altissimi Gradus, quibus Fluxio proposita exprimitur.

Pag. 36, 37, 38 & 39. continent *Newtoni* Methodum pro extrahenda radice æquationis Fluxionalis.

Pag. 40. lin. penult. *Nempe supponit Æquationem prædictam*, &c. Ego nihil tale suppono, neque unquam venit in mentem meam talis suppositio, quia tale quidquam non requirebatur. Æquatio mea continet

continet omnes varietates ipsarum x, y, z , Ubi earum Indices eandem faciunt summam. Hoc est ubi Radix Aequationis terminis numero Finitis exprimi potest, vel ubi earum Combinationes potestatem completam componunt, & hæ sunt omnes varietates requisitæ ad Methodi Fundamentum monstrandum; cum enim ostenderim, Quantitatem $\frac{\lambda - u + \beta}{\alpha + \beta}$ dare verum Indicem ipsius x , (sc.

percurendo omnes posibles varietates ipsarum x, y, z quæ radicem finitis numero terminis exprimendam largiuntur) cum ea obtineri poterat, concludebam Numerum maximum pro Quantitate $\frac{\lambda - u + \beta}{\alpha + \beta}$

dare indicem ipsius x , vero Indici maximè propinquum, in omnibus aliis varietatibus ipsarum x, y, z . Si ego supposuisssem Aequationem meam omnes posibles varietates ipsarum x, y, z continere, non opus fuisset Illatione. (" Sequitur in approximationibus maxi-

" mum Numerum pro $\frac{\lambda - u + \beta}{\alpha + \beta}$ dare dignitatem semper, veræ max-

" imè propinquam ad quam elevata x fit æqualis ipsi y proximè) cum hæc suppositio contineat ipsam demonstrationem, si modo proba fuisset. Sed cum vis demonstrationis ex Illatione pendeat, patet quantum fallitur Animadverfor in eâ repræsentandâ.

Pag. 14. lin. 18. *Primo Lectori suo debuit enarrasse, &c.* Certe nisi à *Moirveo* admonitus tale quidquam enarrasse nunquam in mentem incidisset meam, ego quidem scripseram iis, qui naturam Serierum melius calluerunt, quam in dubium semel vocare, utrum Series per subfultus, ascendendo & descendendo per potestates Indeterminatæ procedere debeant, nihil enim requirebatur ad Regulæ hujus necessitatem evincendam quam experimentum facere contrarii, in Casu aliquo particulari, sed ut alii Animadverfores solent, *Moirveus* multum sudat multumque laborat, facillimis & puerilibus explicendis, sed ubi quidquam veræ difficultatis occurrit, intactum relinquit, aut levissimo transfit pede.

Pag. 43. lin. 9. *Fingit igitur non esse ex Necessitate, &c.* *Moirveus* honestè quidem solet sensus suos verbis meis affigere; Dico autem

tem, si ex Necessitate sit, ut $\frac{\lambda - n + \beta}{a + \beta}$ dederit verum Indicem ipsius z ubi is obtineri poterit, (quod ut opinor demonstratum est) sequitur ex eadem necessitate, quod maximus Numerus pro $\frac{\lambda - n + \beta}{a + \beta}$ dabit Indicem verò maximè propinquum in Approximationibus; quoad verba *Moiurai Sin minus in incommodum de quo ante, incidemus.* Hoc ni fallor innuunt, quod minorem maximo pro $\frac{\lambda - n + \beta}{a + \beta}$ sumendo Numerum, Series per Potestates indeterminatæ exprimenda, irregulariter ascendendo & descendendo procedet. Quod quidem vitandum ut Seriei concilietur concinnitas sua, sed nullam absolutam inducit necessitatem; neque quidem in hoc casu datur talis, si enim sumatur Numerus minor maximo pro Indice ipsius z , prodibit Series tamen, sed non convergens quantum fieri potuit, nec etiam post infinitos terminos æqualis Seriei veræ.

Pag. 44. lin. 2. *Sed Cogitatum suum, &c.* Assertioni *Moiuraane* (quam semper pro demonstratione venditat) opponimus nostram, sed ratione stipatam, asserto enim ego, Regulam illam (quæcunque demum ea sit) quæ veram Radicem potestatis completæ largitur, Necessario & non per Accidens, eam, dare veræ proximam potestatis incompletæ; & ratio est, quia sub potestate incompletâ quæcunque, continetur completa proximè minor, quæ est incompletæ Radix proxima quæsitâ, & ideo Regula quæ largitur potestatis completæ Radicem veram, etiam debite applicata largietur potestatis completæ proximè minoris, sub incompletâ contentæ radicem veram, quæ erit incompletæ Radix veræ proxima. Insuper quæcunque Regula dat unum aliquod membrum completum & adæquatum Radicis cuiusvis Quantitatis, ea debite repetita, reliqua dabit, adeoque Regula quæ completæ potestatis Radicem dat, etiam debite repetita, dabit approximationem pro radice incompletæ potestatis, atque hisce Principiis non solum pender Methodus *Newtoniana*, sed omnes veræ & genuinæ Methodus tum Antiquorum, tum Recentiorum, pro extrahendis Radicibus Æquationum adfectarum.

Pag. 45. lin. 18. *Ponit enim i semper componi ex z, z & constantibus, &c.* Hic jam Animadversor nova & sibi propria proponit. Ego quidem

quidem posui $\dot{v}$ (scilicet in Geometricè irrationalibus, primi Gradûs) semper componi ex z , $\dot{z}$ & constantibus, neque à *Moiurao* monitus, eam aliter componi adhuc imaginari possum. Ex definitione enim à me allatâ, fit Fluxio irrationalis primi Generis, quando eam ingreditur Fluens, per Methodos supra positas finitis terminis non exprimenda, neque concipi poterit generalior aut distinctior ipsius Generatio: jam ex hac definitione $\dot{v}$ nequit aliter quam ex z , $\dot{z}$ & constantibus componi, si enim $\dot{v}$ componatur ex z , $\dot{z}$ & v nequit $\dot{v}$ esse ipsius v Fluxionem, quia $\dot{v}$ est Fluxio Quantitatis irrationalis secundi Gradûs; quam præter rationales z & $\dot{z}$ ingreditur v , irrationalis primi saltem Gradûs, adeoque Fluens ipsius tribus saltem Indeterminatis exprimi debet. Verum hisce non obstantibus non veretur *Moiurao* ipsam v in valore ipsius $\dot{v}$ admittere. Hoc est non veretur impossibilia & contradictoria admittere, quod verissimum est, sed velim adduxisset rationem hujus admissionis, vel exhibuisset Modum quo ad æquationem suam pervenerat, certè nihil datur in rerum natura quod eam repræsentare queat, & primus est *Moiurao* omnium Geometrarum qui talem admisit suppositionem. Viri Clarissimi *Johannes Cragius* & *Joh. Bernoullius* semper & ubique ponunt $\dot{v}$, seu Quantitatem irrationalem primi Gradûs, componi ex z & $\dot{z}$, & constantibus, item $\dot{v}$ seu Quantitatem irrationalem secundi Gradûs componi & z , $\dot{z}$, v & $\dot{v}$, & sic deinceps. Neque ego ullo modo imaginari possum qui Æquatio à *Moiurao* hic allata construi possit, adeoque donec ipsius Constructionem largiatur nobis, concludendum Fluentem ab ipso exhibitam, nullo modo esse probam, quia ipsius Fluxio contradictionem implicat. Et revera si $\dot{v}$ est Fluxio Quantitatis irrationalis secundi Gradûs, Fluens exhibita ideo est falsa, quia duabus solummodo Indeterminatis exprimitur, sin $\dot{v}$ Fluxio Quantitatis irrationalis primi Gradûs ponatur, æquatio est imaginaria & impossibilis adeoque ipsius Fluens est nulla.

Pag. 50. lin. 12. *Desinat igitur tandem, &c.* Æstimat hic Vir Modestus, se victoriam tulisse in me & Methodos à me usurparas, adeoque imperat ut ab iis in futurum abstineam, verum *Morigerus*, ei vix ero, & Methodis meis insistam, non obstante Viri imperio, & forsân (si res meæ tulerint) ex iis tam pulchra & utilia feram quam ex suis *Moiurao*.

Pag. 51. lin. 17. *Sed hic iterum cœspitat Auctor, &c.* Fortiter quidem & perhumaniter assertum, si interim tamen unum aliquod ex Exemplis à me allatis (salvo calculo) falsum, indicio sæpe ante memorato, aut judicio binorum quorumcunque in *Europâ Mathematicorum* demonstraverit *Moiurus*, ego certè ob hoc unum reliqua omnia ab ipso injecta verissima admittam. Sed nihili habet Animadversor noster, quicquid dixerit, modo aliquid dicat. Novit enim adagium, calumniare audacter, aliquid adhærebit.

Pag. 53. & sequentibus. Orbi Terrarum luce Ingenii *Colsoni* benedixit *Moiurus*, quis autem iste *Colsonus* sit, ego planè nescio nec discere aveo. Sive enim Nemo in rerum naturâ extiterit hoc nomine dehonestatus, sed *Colsonus*, *Moiurai* Larva audiat, quod verisimilius est, sive quidam fuerit imi subsellii Arithmeticus, Animadversoris Exemplo corruptus, qui publicum sordibus suis incoctis, conspurcare ausus est, pro eodem apud me stabit, neque Larvam divellere neque Arithmeticastrum responsione dignari mihi est Animus, ex eadem quippe barbarâ dictione, per totum Librum conspicuâ, & aliis Characteristicis indelilibus certus sum Animadversorem nostrum, Epistolam hanc dictitasse, ut occasionem haberet se suis laudibus ornandi sub assumptitio Nomine. Eam ego quidem nunquam perlegi nec perlecturus sum, sed ex levi ipsius intuitu percipio, Auctorem multum esse in eruendis binis Seriebus *Newtoni*, quas *Wallisius* dudum antea, *Newtoni* ipsius verbis illustraverat. Sed Artificium Parallelogrammi erat quod *Moiuraum* angebat, divinare nequibat unde Machinam hanc Hariolatus est *Newtonus*, ideòque æstimat *Colsonum* suum (i. e. se,) Orbem litterarium immanibus affecisse commodis quod artificium hoc Lectori (cui? sc.) Mathematico patefecit. Verum ego Lectorem non novi, qui Nomen Mathematici meretur, cui ratio & fundamentum Artificii hujus facilè non obvium erat: quoad demonstrationem ab iis allatam, sufficiet forsan ipsius Auctoribus, sed *Geometris* ne speciem quidem demonstrationis præ se ferre videbitur. Non mihi vaccat, neque me decet in tam miseram & vilem animadvertere velitationem, sed si cui tale quid gratum esse queat, En paucissimis verbis Artificii hujus demonstrationem, sit v. g. æquatio proposita $y^3 + a \times y + a^2 y - 2 a^3 - x^3 = 0$. Sitque n primus terminis Seriei radicem experi-

exprimentis, & assumatur $y = n + A x + B x^2 + C x^3$, &c.
& hosce valores in propositâ æquatione substituendo reperietur,

$$\left. \begin{array}{r} + n^3 \\ + n a^2 \\ - 2 a^3 \end{array} \right\} x \left. \begin{array}{r} + 3 n^2 A \\ + n a \\ + A a^2 \end{array} \right\} x^2 - x^3, \&c. = 0$$

Jam ad Coefficientes n , A , B , &c. determinandas, prima Æquatio est $n^3 + n a^2 - 2 a^3 = 0$, quæ eadem est cum Æquatione fictitiâ Newtoni ope Regulæ & Parallelogrammi repetâ, viz. $y^3 + a^2 y - 2 a^3 = 0$. (y enim in hac Æquatione primum Terminum Seriei denorat, quam nos n appellamus.) Cum jam ex legibus Comparationum, satis notis ad primam Coefficientem (itemque & reliquas) determinandam, requiratur, ut eos solos Terminos comparemus, in quibus x est ejusdem Dimensionis Algebraicæ, igitur Comparatio quæ primum semper Terminum n (vel y , quia ponitur $y = n$) determinat, constabit solis n & Quantitatibus datis, adeoque Termini primæ Comparationis erunt semper, y^0 , y^1 , y^2 , y^3 , & consequenter in infimo ordine Cellularum reperientur; Ideoque & simul Regulâ tangentur, quia autem pleræque Æquationes, unâ pluribus potiuntur Radicibus, Eas explorabis diversas assumendo Æquationes pro Problematis naturâ: Igitur diversas sectando Radices, diversas Parallelogrammi Conditiones obtinebis *q. e. d.*

Pag. 68. lin. 15. *Fluens erit* $\frac{a x}{r} + \frac{a x^2}{2 r^2} + \frac{a x^3}{3 r^3}$, &c. non autem, &c.

Hic Vir Sedulus, ut *Libri sui* moles intumesceret, in errores Typographicos descendit, sed si *Librum meum* probè intellexisset, & ut præ se ferre videtur, diligenter perpendisset, hisce graviores præli Errores detexisset, sed hosce forsân apud se premit,

Pag. 69. lin. 8. *Si autem hanc suam Methodum sub Investigationis Nomine venditare velit*, &c. Ego Seriem hanc sic exploravi, est Fluxio proposita $\dot{z} y$, sit igitur ipsius Fluens $A x^m y^n$, erit $m A x^{m-1} \dot{z} y^n + n A x^m y^{n-1} \dot{z}$ ipsius Fluxio: (jam posterior Terminus Fluxionis assumptæ Æquationis, cum Fluxione propositâ comparari nequit, quia in eo nullus existit $\dot{z}$, & ut Comparatio procedat, requiritur semper ut omnes Indeterminatæ cum earum Fluxionibus reperiantur, in Fluxione assumptæ Æquationis) quæ reperiuntur in propositâ,

fin plures adsint nihil periculi inde metuendum, quia positis iis
 omnibus æqualibus unitati evanescent,) adeoque est prior terminus
 Fluxionis assumptæ Equationis comparandus cum Fluxione propositâ,
 ideò $m - 1 = 0$, & $m = 1$, & consequenter $m A = 1$, $n = 1$, & Flu-
 entis primus Terminus est $z y$, cujus Fluxio $\dot{z} y + \dot{y} z$, sed cum jam
 restiterit $\dot{y} z$ cui nullus est repertus Fluentis Terminus comparabilis,
 eum pono $B z^m \dot{y}^n$ (non y^n quia sic concideret inveniendus cum termino
 ante reperto,) igitur $m B z^{m-1} \dot{z} \dot{y}^n + n B z^m \dot{y}^{n-1} \ddot{y}$ est ipsius Fluxio,
 quia autem solus primus Terminus comparari poterit cum Fluxionis
 reliquo termino, ex assumpto primo Fluentis termino nato, (aliàs
 $\ddot{y}$ evadet æqualis Unitati, & sic comparationes ulterius non proce-
 dent, ob defectum terminorum Homologorum, ut experienti pate-
 bit,) erit $m - 1 = 1$, & $m = 2$, $n = 1$, $\dot{z} = 1 = \text{Constanti}$, (ideó-
 que ejus Fluxiones posteriores nullæ,) & hisce substitutis loco illo-
 rum, fit $2 B z \dot{y} + z \ddot{y} = 0$. & jam Coefficientem determinando fit
 $2 B + 1 = 0$, & $B = -\frac{1}{2}$: Et sic secundus Fluentis Terminus e-
 vadit $-\frac{z^2 \dot{y}}{2}$, sed quia restat hic etiam Terminus $\frac{z^2 \ddot{y}}{2}$ cui nullus
 est repertus Fluentis Terminus comparandus, pono eum $C z^m \ddot{y}^n$,
 & sic $m C z^{m-1} \dot{z} \ddot{y}^n + n C z^m \ddot{y}^{n-1} \ddot{\ddot{y}}$ erit ejus Fluxio. Et quia
 comparando secundum Terminum hujus cum Fluentis reliquo, e-
 vadit $\ddot{y} = 1$, & sic Comparationes in posterum sisterentur, ideo pri-
 mum cum reliquo comparo, & invenio $m - 1 = 2$; adeoque $m = 3$,
 $\dot{z} = 1$, $n = 1$, & hisce substitutis loco illorum, fit $3 C z^2 \ddot{y}$
 $-\frac{1}{2} z^2 \ddot{\ddot{y}} = 0$; Et Coefficientem determinando, fit $C = +\frac{1}{2 \times 3}$.
 Et sic deinceps. Adeoque Fluens ipsius $\dot{z} y$ est $z y - \frac{z^2 \dot{y}}{1 \times 2} + \frac{z^3 \ddot{y}}{1 \times 2 \times 3}$
 $-\frac{z^4 \ddot{\ddot{y}}}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$. Vel quoniam $\dot{z}$ est ubique æqualis Unitati (ut
 Termini omnes evadant Homogenei) $z y - \frac{z^2 \dot{y}}{1 \times 2} + \frac{z^3 \ddot{y}}{1 \times 2 \times 3} - \frac{z^4 \ddot{\ddot{y}}}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$, &c. Atque hac Methodo omnes Fluents simpli-
 ciores

ciores investigavi, plerumque tamen progressum Indicum terminorum Fluentis prius, hâc Methodo exploravi, deinde hosce terminos Coefficientibus indeterminatis affeci, quas postea institutâ comparatione Terminorum Homologorum definivi, & sic opera partita faciliior evasit, in Casibus perplexis, & à faciliioribus ad difficiliora progrediendo, Canones generales tum pro assumptione formæ Fluentis, tum pro ipsis Fluentibus ex propositis Fluxionibus eliciendis, Condidi: atque hanc Methodum distinctè satis Pag. 9, 14, 19, 26 & 27. *Libri mei* exposui, & exemplis maximè perplexis illustravi, eam quidem ad Captum Mathematicastrorum (sic enim Libellus in Volumina intumisset) accommodare non vaccabat, sed obviam satis reddidi iis Tyronibus qui principia Mathesios universalis, & novarum Methodorum probè calluerunt. *Moirvæus* quidem diversâ prorsus iniit viâ, ille populum captando, puerilia & trivilia sectatur nec Casum aliquem Generalem in toto erudito suo opere protulit, talem processum mirabuntur forsân Nautæ suburbani, Geometræ certè spernent. Comparationem inter Methodum hanc & *Moirvæanam*, ego non instituam judicet Lector, mihi parum refert, hoc solum dicam, non procedet Methodus *Moirvæana*, nisi primum semper Fluentis Terminum à nostrâ mutuetur, neque etiam hoc impetrato procedet adhuc, nisi mutuatis aliunde subsidiis.

Pag. 72. lin. 21. *Nonne debet meminisse quod y sit Quantitas, &c.* y quidem ponitur Quantitas quomodocunque ex Indeterminatis (terminis sc. denotat enim y, nisi unicam Indeterminatam non plures ut insinuare velit Animadversor) & constantibus composita, at non ex Quantitatibus irrationalibus, rationalibus & constantibus, vocibus enim usitatis, non est assignendus sensus à communi abludens, nisi id expressè moneatur: præsertim cum sensui huic novo, Exemplo allata minimè congruant. Neque hoc pertexo quasi quidquam difficultatis reperisset Vir Celeberrimus Seriei Auctor, si ei mentem applicuisset (res quippe est facillima) sed ut pateat quantum laboret *Moirvæus*, ut inveniat quæ contra *Librum meum* effutiat. Ego quidem perspectâ Viri immodestiâ planè obstupui, concessio enim, quod Clarissimi Viri *Joh. Bernoulli* Theorema, nostrum comprehenderit, (composita quidem & generalia comprehendere simpliciora & particularia ejusdem generis, omnibus notum, at è contra particularia & simplicia, generaliora & magis composita comprehendere: nemo, *Moirvæa* solo excepto, unquam asseruit)

asseruit) annon mihi licet Theorema *Bernoullianum* expandere eodem jure quo ille *Newtonianum* pro elevandis Quantitatibus explicuit? & si opus hoc laudibus *Fatiani* dignum censeatur, debet illud contemptu excipi *Moivrano*? tollitur quidem persona, manet res.

Pag. 74. lin. 17. *Secundo Celeberrimus Leibniti*us, &c. Ego meum concinnavi priusquam *Leibnitii* Theorema conspexeram, ut *Adversaria* mea testabuntur, & quidem statim post visum *Moivrai* Exemplum futile, Ego enim semper mirari solebam, qui Vir (qui Mathematicum se ubique venditare solebat) *Illustria Specimina & Theoremata arithmetice incisa*, ita suscipere potuerat, ut ea statim cum strepitu tanto in publicum protruderet, cum interim solummodo fuerint contemnenda alienarum Methodorum exempla, ideoque experiebar num quidquam difficultatis reperirem, si ea extendere & promovere ultra angustos limites iis à *Moivrano* perscriptos conarer, & prorsus nullam inveni, sed ut loquitur *Animadversor*, dictum, factum; & tamen Vir Illustris Auctor evaserat in Fluxionum Methodo inversa, priusquam ego solutionem Problematis Quadratici vulgaris didiceram. Quoad Legem Continuationis Theorematum meorum, satis ex eorum Compositione patet, & ni Literæ Alphabeticæ à me adhibitæ prohiberent, ego ex Serierum solo intuitu Terminum ab initio remotissimum quæsitum exhiberem, & revera Coefficientes in investigandis Theorematis hisce, adeò regulariter & uniformiter progrediuntur, ut sit oculis destitutus, qui Legem eorum non perspexerit, difficultas non sita est in lege explorandâ, sed Coefficientibus, maxime idoneis Characteribus, designandis, ut experienti patebit.

Pag. 81. lin. 1. Ego primus omnium, &c. *Moivræus* merus est in rebus Mathematicis *Achilles*, non me solum sed & *Leibnitium* & verbò omnes mortales vincit & prosternit, sed ad secundam suam observationem Pag. 74. perficiendam, meminisse debuit non solum *Leibnitium* longo tempore ante me Theorema illud exhibuisse, sed etiam longiori tempore exhibuisse ipsam investigandi Methodum, ante editum Theorema Universale *Moivræanum*, *Leibnitii* Methodus evidentissimè est proposita *Act. Erudit. Lipsiæ* 1693. Pag. 178. & seq. Et ut *Moivræo* Gratum faciam, ultima Verba elegantissimæ illius *Schedulæ* huc transferam. Eadem Methodo etiam *Aiquationum* utranque

que assurgentium radices obtineri posse, manifestius est quam ut explicari hoc loco sit opus: ita ut Grandiloquentia Moivræana ille ego, qui primus omnium, &c. huc tandem redit, ego primus omnium etiam Gallorum, Auctor evasi supputando miserum Exemplum, secundum Methodum dudum ante à *Leibnitio* evulgatam, cujus supputatio res adeò erat contemnenda, ut expressè dicat *Leibnitius*, non esse operæ suæ prætium eam explicare.

Pag. 81. lin. 26. *Clarissimus D. Fatio, &c.* Non sufficit *Moiræo* ut singulâ quâque Paginâ sui Libri, seipsum supra omnes Mortales extollat, sed insuper monendus est Lector hîc, quoniam alii *Moiræum* laudibus suis onerant, præter ipsum *Moiræum*. Certè perlectâ *D. Fatii* dissertatione ad finem Tractatus de Muris Hortulanis reclinatis, comprehendere nullo modo potueram, quænam erant illa Theoremata quæ tantopere laudabat *D. Fatio*, etsi Theoremata Universalia illustria dudum mihi familiaria fuere, in mentem mihi venire non potuit, Geometram certè *Clarissimum*, vilia, aut etiam mediocria tam vehementer extollere potuisse, ideòque Transactiones revolve, iterum atque iterum, nihil tamen præter Specimina illustria & Theoremata Universalia æri incisâ, à *Moiræo* publicata invenio, tandem concludebam Virum certè pium & probum dignatum ex humanitate, Conamina *Moiræi* Laudibus suis ornare, ut famam ejus *Londini* stabiliret, atque sic haberet, unde ederet *Moiræus*. Nulla certè alia ratio assignari poterit, quamobrem Geometra ità egregius opus tam humile ità immoderate laudare potuerat. Humile dico, non respectu ipsius Operis, sed respectu Operationis quæ *Moiræo* contigit. Alterum Theorema Methodi *Leibnitiani* Exemplum solum, ostendi, alterum esse Theorematis *Newtoniani* pro elevandis Quantitatibus nunc ostendam. Forma Quantitatis elevandæ est quidem Binominalis sc. $P + PQ^{\frac{1}{n}}$ sed expressè admonet nos *Wallisius* (*Histor. Algebr. Edit. priori Pag. 331.*) *P* esse primum Terminum Quantitatis elevandæ. *Q* reliquos (non reliquum) per Primum divisos, vox (Reliquos) ostendit quod esse possunt bini, tres, quatuor immo infiniti Termini, præter primum per *P* significatum. Sed nî Tyrones errarent. exemplo sensum suum illustravit Pag. sc. 332. *Exemp. II. viz.* $c^2 + c^2 x - x^{\frac{1}{2}}$, ubi expressè dicit $P = c^2$ $Q =$

$\frac{x^4 - x^3}{x^5}$. Sic jam patet formam Binomalem $\overline{P+PQ}^n$ etiam

Trinomio inservire, sic etiam Quadrinomio, Quinquinomio, immo & Infiniti-nomio si volueris, & ut res extra dubii aleam locetur, experiatur Infiniti-nomium suum per Theorema *Newtonianum*, *Moiurus* ponendo, sc. $ax = P$, $PQ = bz^2 + cz^3 + dz^4$, &c. $n = 1$ substituat inquam hos valores in Theoremate *Newtoniano*, & inveniet nullum discrimen inter Seriem hinc oriundam & Theorema suum prægrande, æri incisum, & *Transactiõibus Philosophicis Julii*, 1697. præfixum, præterquam quod *Moiurus* (ut res Grandior appareret, & sic quodammodo absconderetur) Quantitates ipsas actu evolvit & expansit, & valores ipsarum A, B, C, (quæ tantam conciunitatem Theoremati *Newtoniano* conciliant) substituit. Ita ut jam tandem Grandia hæc bina Theoremata ex Originibus suis derivata, nihil sunt præter bina pusilla Exempla, Methodorum alienarum, sc. *Newtonianæ* & *Leibnitianæ*.

Pag. 82. lin. 7. *Horum primum*, &c. Monendus es hic iterum Lector, quod Vir Cl. D. *Fatio* opera *Moiurai* laudibus suis ornaverat. Credo equidem Animadverforem nostrum semel rectè conjecturam, fecisse, nisi enim Vir Clarissimus opera ipsius laudasset *Leibnitius* ea certè nunquam respexisset.

Pag. 82. lin. 15. *Sed tum non animadvertit*, &c. *Moiurus* per totam illam Schedulam *Transact. Maii* 1698. Semper & ubique dicit *a, b, c*, &c. *g, h, i*, &c. Coefficientes, ideòque illas tunc temporis pro quantitatibus determinatis accepit, sed honestate confitendi defectum Seriei suæ destitutus: Etsi vox Coefficiens nunquam à quocumque in hunc usque diem pro Quantitatibus indeterminatis usurpata est) Literæ *a, b, c, d*, &c. Nunc non sunt accipiendæ pro Coefficientibus, sed pro Quantitatibus quibuscunque determinatis, aut Indeterminatis, Rationalibus aut Irrationalibus, & verbo pro Quantitatibus quibuscunque possibilibus aut quocunque modo compositis. Certè Summus Vir *Leibnitius* æstimavit vocem Coefficientem significare apud Auctorem *Moiuræum*, idem quod solebat apud alios Auctores significare, præsertim cum nihil in contrarium insinuatum erat, sed è contra *Æquatio* à *Moiuræo* sibi proposita (quæ Naturam Seriei semper determinat) planè innuit, ipsas *a, b, c*, &c. *g, h, i*, &c. esse

esse Coefficientes simplicium potestatum ipsarum x & y respective, ideoque defectum Theorematis *Moiuraani* suppeditaturus, aliud Generalius substituit Vir Amplissimus. Ego eodem laborans errore, rem ulterius promovere conabar: at nostrum uterque fallitur, immo omnes, per totum Orbem Terrarum Geometrae falluntur, unico *Moiuraao* excepto: pag. enim 85. Ad finem, *omnes hos Casus, utcunque: progrediendo intra Seriei suae simplicis limites contineri, affirmat.* Adeoque ultimus Mortalium, qui statim ante Conflagrationem generalem existeret, si Seriem utcunque generalem pro Reversionibus supputaverit, ea erit solum Exemplum aliquod Theorematis *Moiuraani*, ita ut jam nihil opus sit, rem hanc ulterius extendere conari, ille eam perfecit & absolvit. Ego certe non possum, non mirari viri comprehensionem; qui Cogitationes omnium Mortalium ita consummavit.

Pag. 85. lin. 17. *Sed hac Aequatio caterarum ritu, &c.* Certè ut Theorema hoc reddatur Generalissimum, quod concipi possit, pro Aequationibus irrationalibus primi Gradus, constabit solummodo Terminis infinitis infinitis; exprimitur enim per solas Combinationes ipsarum y & v . Adeoque fallitur Animadversor si aestimaverit Theorema, exprimi debuisse per Series infinitas, infinitas infinitas, Aequatio quidem assumi poterat, in Seriebus infinitis, infinitis infinitis (desunt enim omnes Combinationes possibiles trium indeterminaturam, sc. x, y, v .) Sed Literæ Alphabeticæ prohibebant ne eam ulterius proveherem. Ego quidem ipsam supputationem ope Cyphrarum *Arabicarum* absolvi. Sed videbam confusionem nimiam in re Arithmetica indè orituram, nisi res pluribus verbis explicarem, quod operæ prætium non ducebam, res enim non erat tanti, & ex exemplis à me allatis etiam *Colsonum* reliqua perficere posse (si opus esset) aestimabam.

Pag. 86. lin. 19. *At in ipso limine cæspitat, &c.* Hic certè profunditate ignorantiae & immodestiae seipsum superavit Animadversor noster, posita enim $a + x^n = y$ non est $n! : a + x = ly$ quia scilicet nihil est, quod Logarithmos has ad eandem Logarithmorum Scalam restringat. Estne Quantitas omnis sibi ipsi æqualis? vel an mutatio Characteris speciosi, inducit mutationem in ipsâ Quantitate? per $a + x^n$ intelligitur eadem omnino Quantitas quæ significatur

per y , estne igitur ejusdem quantitatis Logarithmus æqualis sibi ipsi? Sed dicit Animadversor, ipsius $a+x^n$ Logarithmus ex uno Canone Logarithmorum depromi poterit, & ipsius y Logarithmus, ex alio à priore diverso, & sic earum Logarithmi inæquales evadent. Certè nemo sanæ mentis tale quid admiserit, nisi ex Industria erraverit. Logarithmi sunt Numeri relativi respectum ad priorem assumptam Logarithmum, pro 1 vel 10. habentes: & diversæ, prout priores hæ assumuntur, ideoque ejusdem Numeri variæ sunt Logarithmi, prout ex variis Logarithmorum Scalis depromuntur, nemo igitur nisi Mentis inops, cum de æqualitate quantitatum Logarithmicalium ageretur, Logarithmos ex diversis Scalis depromi deberi supponeret. Verum dicit Animadversor Pag. 94. sub initio, si $a=1$, $y=z+1$; Ideoque $1+x^n=1+z$ posuissem, constitisset sic, harum quantitatum Logarithmos ad eandem semper Logarithmorum Scalam pertinere: optandum fuisset ut Moivreus necessitatem hanc ostendisset, certè ex hac substitutione eam comprehendere ego, potestne tam facilè Logarithmus ipsius $1+z$ quam ipsius y , ex Scalâ depromi diversâ, ab eâ nunde Logarithmus ipsius $1+x^n$ deprompta? mutatio ipsius y in $1+z$ nihil rem juvat, cum ad actualement substitutionem Numerorum pro Speciebus hisce deventum est: sed forte vult Moivreus per hanc substitutionem, quod sic determinatur Logarithmus unitatis, quæ cæteras determinat Logarithmos, & sic Logarithmi Equationis propositæ, necessario restringuntur ad eandem Scalam; hoc quoque falsum est, ex substitutione enim illâ non determinatur Logarithmus ipsius unitatis, potest enim quis errare tam facilè, post hanc substitutionem quam ante eam factam, si enim proponerentur binæ Equationes $n \times l a + x = l y$, & $n \times l 1 + x = l 1 + z$, evidentius non patet, posteriorem ad eandem Logarithmorum Scalam restringi, quam priorem, cum enim ad actualement numerorum Substitutionem deventum, utraque Equatio idem innuit, & in Speciebus idem significat. Sed pudet me talium Nugarum.

Pag. 88. lin. 7. Quidni sumenda erat x^n pro primo Terminò, &c. Pagina hæc & sequentes aliquot tot crassos continent Errores, quot Lineas. Cujuslibet quidem Quantitatis propositæ, ad Exponentem datum elevandæ, sumi potest quilibet Terminus pro primo Terminò, unde initium Series ducatur, sed Series ipsa, seu Conclusio semper

semper diversa erit, prout Terminum diversum pro Primo exco-
peris, cujus rei varia exhibuit Exempla *Newtonus* in *Hist. Alg.*
Wallisi Noviss. Edit. Pag. In Casu autem allato, quoniam jam
assumpta fuerat, Series per Terminos x progrediens, cujus indices
erant in singulis Terminis respectivè 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. idè
ipsius x Index in primo Termino, necessario erat 0, adeoque x^0 ne-
quibat sumi pro primo ipsius Termino, cum ipsum x non ingre-
diebatur! cum ex multiplicatione speciosa etiam Tyroni infimæ callis
pateat, in elevando Binomio ad potestatem determinatam quam-
libet, summam indicum utriusque Nomii, in singulis Terminis æ-
quari indici vinculi, idèque cum $a + x$ elevanda est ad potesta-
tem indeterminatam n , cumque Nomii x Indices assumantur 1,
2, 3, 4, &c. respectivè, idèque Nomii a Indices erunt necessa-
rio n , $n - 1$, $n - 2$, $n - 3$, ut utriusque summa æqualis sit ipsi n ,
cumque ipsius x in primo Termino index sit 0, oportet ut ipsius
 a in primo Termino Index sit n , unde patet me non Casu, nec
ex prævisâ Conclusionem definiisse primum Terminum, sed consilio
& naturâ rei, quæ si perpendisset *Motvæus*, forsan à verbis suis
abstinuisset scil. *Certè nihil est quod in Contrarium suadeat* Pag. 88.
lin. 11.

Pag. 88. lin. 13. Dico autem primo, &c. Specimen consummatissimæ
ignorantiæ manifestius, exhibere nequit Genus humanum, æquatio
inquit Animadversor, $n y x - a y - x y = 0$. nullam habet radicem.
(Etsi eam interim ego assignaveram) si enim haberet sit, ea $A x^m$, &c.
 $= y$, unde $n A x^m x$, &c. $- m a A x^{m-1} x$, &c. $- m A x^m x$, &c. $= 0$.
Et Indices comparando, $m = m - 1$, sive m erit Infinita, & proinde nul-
lus valor habebitur ipsius y . Hæc sane humanum superant captum,
omnes enim alii Mortales, comparisonem inter eos Terminos so-
lum instituunt, ubi indeterminata est ejusdem dignitatis, vel ubi
Problema ipsum, necessario requirit certos Terminos, sibi invicem
comparandos, nihil autem hic requirit primum Terminum compa-
randum cum Secundo, aut Secundum cum Tertio, è contra, &c.
vox, Terminos sequuta, innuit, alios assumi debuisse Terminos,
quorum aliqui cum hisce comparari possint: certè hoc modo tra-
ctata, Aequationes nullæ, radices habent: Exemplo sit $y^2 x^1 - x^2 x^1$,
 $= d d x^2 - d x x^2$ cujus radicem ex ipso *Newtono* novimus, in hæc
autem Aequatione ponatur $y = A x^m$, &c. Exdem Absurditates conse-

tur: *Moirvaus* certè æstimabat hoc modo se posse in omni casu Exponentes indeterminatos definire. Longe autem fallitur, res enim omninò diversè se habet. Hanc autem eum edocere operam nimiam postularet: sed observatu non injucundum erit, quam infelicitè operam suam hisce rebus admover, *Moirvaus*, & quam oscitanter examina sua instituit, si enim Calculum suum debite perfecisset, non solum Indices Terminorum in hoc Casu, sed & Coefficientes eadem operâ determinasset. Quod vestigia Calculi legendo sic patebit. Ponatur ut ille volebat $y = Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + Dx^{m-3}$, &c. erit $y = mAx^{m-1} + (m-1)Bx^{m-2} + (m-2)Cx^{m-3} + (m-3)Dx^{m-4}$, &c. Adeoque factâ $x = 1$

$$\left. \begin{aligned} ny &= nAx^m + nBx^{m-1} + nCx^{m-2} + nDx^{m-3} \\ -ay &= -aAx^{m-1} - (m-1)Bx^{m-2} - (m-2)Cx^{m-3} - (m-3)Dx^{m-4} \\ -xy &= -mAx^{m-1} - (m-1)Bx^{m-2} - (m-2)Cx^{m-3} - (m-3)Dx^{m-4} \end{aligned} \right\} = 0.$$

Comparentur jam Termini ejusdem dignitatis, erit $nA = mA$ unde $m = n$, adeoque Indices singulorum Terminorum ex substitutione ipsius n loco m , erunt Determinati. Ponatur jam $A = 1$ uti Natura Genesios potestatum necessario requirit, cum sit Quantitas $a + x$ elevanda ad potestatem Indeterminatam n , & Index ipsius x in primo Termino jam sit determinatus n . Quapropter $nB - nA - n - 1 B = 0$, & $B = na$, item $nC - n - 1 Ba - n - 2 C = 0$, & $2C = n - 1 Ba = n - 1 \times na^2$, adeoque $C = \frac{n-1}{2} \times na^2$. Item $nD - n - 2 Ca - n - 3 D = 0$. Adeoque $3D = n - 2 Ca = n - 2 \times \frac{n-1}{2} \times na^2$ & $D = \frac{n-2}{3} \times \frac{n-1}{2} \times na^2$, &c. Et consequenter $y = a + x^n = x^n + ax^{n-1} + \frac{n-1}{2} \times na^2 x^{n-2} + \frac{n-2}{3} \times \frac{n-1}{2} \times na^2 x^{n-3}$, &c. Hoc Indicio patet quam præcipitanter de iis quæ non intelligebat, sententiam suam ferebat Animadversor.

Pag. 89. lin. 5. *Indicium esse Radicem impossibilem esse*, &c. Indicium quidem optimum! ex quo sequeretur eandem æquationem (sine ullâ præviâ præparatione) esse tum possibilem, tum impossibilem, quod ex æquatione sub lite patebit. Si enim in æquatione $ny =$

$= a; = x; = 0$, assumamus Radicem y (ut eam ego posui) $= A + Bx + Cx^2$, &c. Comparationes, Terminum A non determinabunt, adeoque secundum *Moirvai* Indicium, Radix ipsius est impossibilis, sin autem ponamus Radicem y (ob a^2 primum ipsius Terminum, ex notâ Genesi potestatum) $= a^2 + Bx + Cx^2$, &c.

æquatio resultans erit $na^2 - aB + nB - B - 2aC + x$, &c. $= 0$. Ubi Comparationes Coefficientibus determinandis sufficient, ideoque secundum *Moirvai* Indicium radix æquationis propositæ est possibilis. Sed forsân objiciet Animadversor, suppositio Quantitatis A esse primum Seriei Terminum, est petitio principii: Respondeo autem, ipsum Animadversorem posuisse Indices ipsius x procedere 0, 1, 2, 3, &c. adeoque hoc postulatum esse tam grave quam alterum, neutrum autem esse absurdum, cum rei natura in utrumque nos ducat.

Pag. 89. lin. 9. *Non quidem licet (ut Auctor solet,) &c.* Hoc certè verum non est, ego enim defectus hosce semper ex rei naturâ supplevi, & quoniam Auctoritas plus valet apud Animadversorem quam Demonstratio, certiorum ego eum facio, Clarissimum Virum *G. Leibnitium* eandem hanc ipsam Æquationem eodem omninò Modò tractasse, proponit sibi æquationem $a^2 dy^2 = a^2 dx^2 + x^2 dy^2$ Pag. 179. *Act. Lips.* 1663. dein (factâ $dy = 1$, & collectis Fluxionibus secundis) reperit $2a^2 dx dd x + 2x dx = 0$, seu $a^2 dd x + x = 0$, assumit $x = by^3 + cy^5$, &c. Unde invenit

$$0 = \left\{ \begin{array}{l} +b \\ +2 \times 3 a^2 c. \end{array} \right\} y^3 + \left\{ \begin{array}{l} +c \\ +4 \times 5 a^2 c. \end{array} \right\} y^5; \&c. = 0.$$

Et quia primâ Comparatio $b + 6a^2c = 0$, nec Coefficientem b , neque c , determinat. Vir summus (non concludit ut *Moirvaus*, Radicem esse impossibilem, dum sub hac Formâ manet æquatio, sed) ponit $b = 1$, & hinc cæteros Coefficientes determinat: cujus rei Causa hæc est, cum in Casu quovis proposito, plures sunt Coefficientes quam Comparationes i.e. plures incognitæ, quam Æquationes, Indicium est determinationem Coefficientium esse Problema indeterminatum, adeoque unum aliquem è Coefficientibus

bus pro lubitu assumi posse, ni Coefficientium Natura id prohibeat, (quod in investigatione nostrâ Problematis, de elevando Bino-
mio ad potestatem indefinitam, contigit) quo Casu sumendus est
Coefficiens indeterminabilis, secundum limitationes ex rei naturâ
oriundas, quod ego in laudato Problemate præstiti. Adeoque si
principia Analyseos vulgatissimæ intellexisset *Moirvaus*, in errorem
tam crassum & manifestum non incidisset.

Pag. 90. lin. 14. *Sed eodem ratiocinio cur non liceat, &c.* Certè
licet ponere b æqualem Numero cuivis. Sed inquit solertissimus
Animadversor, Series ex diversis positionibus ortæ, datam ad in-
vicem non obtinebunt rationem. Ex hac assertione æstimarem Ani-
madversorem, Operationes vulgares Arithmeticæ speciosæ non
intelligere, Coefficientes problematis propositæ sic se habent

$$c = -\frac{b}{6a^2} \quad d = -\frac{c}{20a^2} \quad e = -\frac{d}{42a^2}, \text{ unde } d = +\frac{b}{120a^4}$$

$$e = -\frac{b}{5040a^6}, \text{ \& consequenter } x = by - \frac{by^3}{6a^2} + \frac{by^5}{120a^4}$$

$$- \frac{by^7}{5040a^6}, \text{ \&c. Si jam posueris } b=1, \text{ Series ex hac positione}$$

orta, ad priorem Seriem (acceptis utriusque Seriei Terminis quot-
cunque, numerò tamen æqualibus) sese habebit ut 1 ad b , adeo-
que etiam (post Terminos utriusque numero infinitos, *i. e.*) summa
hujus erit ad summam illius ut 1 ad b , ponitur autem in hisce
Casibus, primus Terminus æqualis unitati, ut Series emergens quam
simplicissima evadat. Sed tædet me tamdiu occupari in errori-
bus Animadversoris tam puerilibus emendandis.

Pag. 91. lin. 13. *Tunc Series fit* $x = 1 - \frac{y^2}{2a^2} + \frac{y^4}{24a^4}$
 $- \frac{y^6}{360a^6}, \text{ \&c. Rectissimè, arque hæc est unica veritas quæ hæc-}$
 nus (in iis omnibus quæ me spectant) reperta est in toto *Moirvaui*
 Libro, sed æstimat Animadversor, consequentiam hanc esse absur-
 dissimam, & gloriosas animo suo in me refert Triumphos, ob ab-
 surditatem hanc, dico tamen x in hoc casu, æquari tum $y - \frac{y^3}{6a^2}$
 +

$$\frac{y^1}{120 a^1} - \frac{y^2}{5040 a^2}, \&c. \text{ Tum } 1 - \frac{y^2}{2 a^2} + \frac{y^4}{25 a^4} - \frac{y^6}{360 a^6}, \&c.$$

Vulgare quippe est, æquationes plures admittere radices, pro earum gradu & elevatione, & omnes ferè Æquationes una plures admittunt; Quas omnes tamen Radices elicies semper diversas assumendo Æquationes pro Radice: quatenus res ipsa fert: impossibile, saltem res tædii plena foret, varietates omnes in æquationibus superiorum Graduum Regulis coercere, sed Methodus ipsa adeò facilis & obvia est Tyronibus quibuscunque, & difficultates in eà oriundæ tam facile paucissimis experimentis sunt superandæ, ut nemo præter trivialem Arithmeticum, Regulis hisce Condendis insudaret.

Ibid. lin. 14. *Vel denique si assumatur Series, &c.* Certè etsi ope hujus Methodi Theoremata sua universalia reperirat Animadversor, tamen eam adhuc non intelligit, æstimat enim assumi se posse $x = b + cy + dy^2 + ey^3 + fy^4, \&c.$ Sed quis non videt, Coefficientes sic determinari nullo modo posse, desunt enim binæ comparationes ad eos determinandos, ideòque assumptio est erronea, præsertim cum aliæ Series obtineri poterint, ubi unica est solummodo comparatio deficiens, quæ electionem assumptionis determinat: patet autem quamobrem Series ex hac assumptione emergens, est æqualis summæ utriusque Seriei superius exhibitæ, quia scil. assumuntur, omnes varietates potestatum, ipsius Y, in hæc quæ continentur in utrâque illa, bini priores Coefficientes ponuntur unitati æquales, & signa evadunt eadem. Atque sic uti æstimo, omnes absurditates à *Moirvæo* in hæc re propositas conciliavi.

Pag. 93. lin. 20. *Ob dignitatem Problematis, &c.* Hic Animadversor per 6 aut 7 Paginas in hujus Problematis investigationem meam animadvertit, saniozem item ejus loco substituere pollicetur, & tamen eandem illam meam solâ specierum differentia diversam exhibuit: sed dicit, Methodum hanc investigandi suam esse & sibi propriam, quatuor enim ab hinc annis eam invenit, & cum Amicis suis communicavit, à quibus copiam (ut loquitur) ego nactus forte sum: Quibus quæ referam, pauca admodum sunt hoc

hoc solum dicam, parum cum Amicis ejus (si qui sunt) mihi intercessisse Commercii, sentio enim, vix ullos, esse communi Amicitiae vinculo utrique nostrum junctos. Quoad suspensionem hic oblique injectam. Qui Edita Animadversoris perspexerunt, vix suspicabuntur eum cujusvis, ultra Problematis Quadratici solutionem, suggestionem etiam remotissimam, offerre unquam ulli potuisse; satis quidem æris insidet fronti Viri, ut non solum inventa mea, quæ ego non tanti facio ut de iis sollicitus sim, sed & *Newtoni* & *Leibnitii* reperta, sibi arroget & vindicet, sed Contemptu infimo habebuntur, tum suggestiones tum inventiones viri effrontis, apud omnes, præter nautas *Wappingenses Londini*: interiora enim & reconditiora Geometriæ, Animum postulant ultra Mechanicæ, & servilis stirpis & Educationis sordes evectum: Sed ut ad rem redeam, loco $a+x$, substitue $p+p x$, locoque n scribe m , & loco y pone $1+z$, & nostrâ Investigatio evadet *Moiwraana*, nova scilicet & nostrâ sanior: hoc Artificio Tyro quivis elementarius, nova quotidie prodet, tota enim difficultas in hoc sita est, ut loco a , in *Libris Newtoni* aut *Wallisii* substituat b , & sic res confecta est. Certè Nemo *Moiwrao* excepto, talia Orbi Literato obtrudere ausus esset.

Pag. 97. lin. 9. *Postulat ut detur Seriei infinita Quadratum, &c.* Quidni postulare, ut Seriei tam infinitæ quam finitæ potestas determinata quælibet daretur? An quisquam dubitavit unquam nos posse Fractionis decimalis incompletæ (quæ etiam est Series infinita) Quadratum, Cubum, &c. assignare? An non hoc fit operationem ad loca aliquot ultra limites fractioni huic requisitos continuando? Ad Seriei infinitæ naturam explorandam, requiruntur (saltem in hoc casu) Termini aliquot solum priores, immò ad usus practicos & Mechanicos vix ultro decem aut viginti (ad summum) Termini sunt unquam necessarii, ideoque hi tam facile multiplicari possunt quam Series finita, nec difficilius est (labore Calculi seposito) Seriei infinitæ Quadratum, Cubum, &c. quam Binomii aut Trinomii Quadratum, Cubum, &c. assignare. Ego miror ultra Modum viri aut stupiditatem aut immodestiam. Sed dicit Animadversor, hoc est postulare quod quæritur, verum hoc quoque falsum. Id enim quod quæritur est Seriem infinitam ad potestatem indeterminatam, non determinatam elevare, ut scilicet. Serie-
rum

rum infinitarum Radices extrahi possint, quæ operatio difficilior est, quam potestatum earum Genesis, ad quam obtinendam nemo opinor ad Theorema Universale vel incilum recurreret, cum ipsâ operatione facilius & expeditus obtineri poterit. Quoad leges continuationis harum, & similium Serierum, pro extractionibus Radicum & reversionibus, earum usum ego agnosco nullum, Canonis enim ipsius, ad Terminos aliquot Continuatio (quot scilicet ad usus Mechanicos requiruntur) utilior est, quam multæ Paginæ huiusce Regulis exponendis insumptæ, ego tamen Canones Generales semper ita concinnavi, ut earum Continuatio, ex oculi intuitu manifesta fieret.

Pag. 101. lin. 21. *Nec ad finem usque Libri sui nugari desit, &c.* Conatus meus, Theoremata sua Generaliora reddendi, videtur bilem Animadversoris vehementissimè movisse. Verum hoc nihil rem juvabit, ratum enim erit, ut opinor, me omnia Exempla ab ipso (etiam post mea Edita) tentata, infinities Generaliora reddidisse: *Moiuraus* quippe in toto erudito suo opere, unum aliquod Generale Theorema non est affecutus, solerter autem temnit ea quæ assequi nequit. Certè primus est omnium Mortalium (qui se Geometras venditant) *Moiuraus*, qui Universalitatem Theorematum culpavit. Cæteri enim omnes, Universalitatem totis viribus affectant & colunt, nihil enim nunc dierum admittunt ut Concinnum quod non sit Universale, & optarent ut omnia Problemata Geometrica possibilia, in unum aliquod Generalissimum coerceri poterit. Sic enim labore Calculi quodammodo, saltem difficultate inventionis, in Problematis particularibus sublevarentur. Sed Animadversor diversa à reliquis Mortalibus sapit.

Quoad reliquam huius Libri partem, ea, Theoremata misera & angusta, aliquot, Comparationes Curvarum ex Conicis pendentium (subsidium scilicet Methodi ipsius pro Quadraturis Curvarum irrationalium) spectantia continet, hæc Curvarum Comparationes, paucis verbis, & Regulâ Generali, non solum ad Conicas, sed omnes possibiles Curvas racionales Pag. 94. Probl. 7. extendi, quæ ni fallor, partem hanc reliquam operis *Moiuraani* saltem pensabunt. Sed ne Orbis literatus fructu laboris & ingenii *Moiurai* & profundis ipsius Meditationibus privaretur, en omnia ipsius Opera in

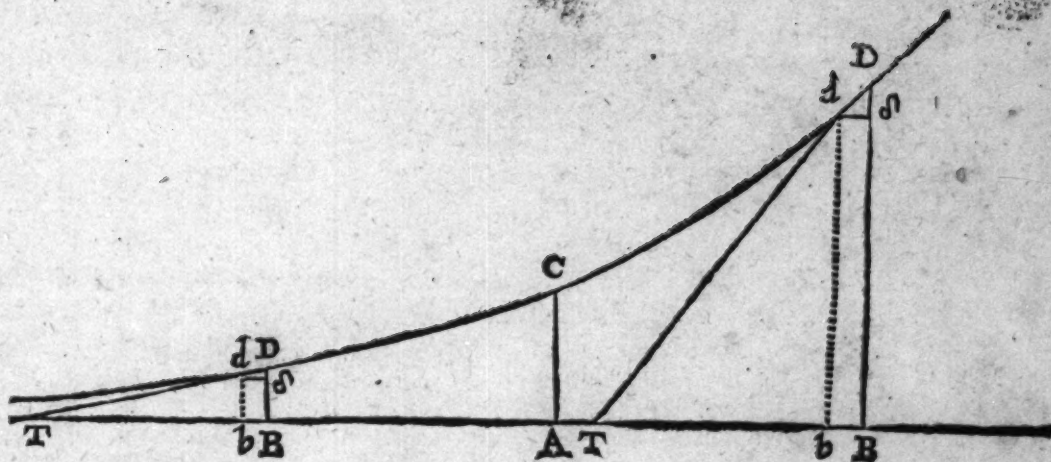
unum compacta : continet enim iste Liber, præter Animadversiones suas in Librum meum, omnia ab ipso reperta aut inventa, si exceperis Specimina illustria *Phil. Transact. Mens. Mart. Anno 1695. No. 216.* unde reliqua deprompta satis supra indicavimus, Specimina autem (Virum Modestum ea iterum in publicum dispergere fortè pudebat, aliàs certissimè hic extitissent) sunt vilissima & simplicissima Corollaria, Methodi Quadraturarum à Clarissimo Viro *Joh. Cragio* Tractatu suo Geometrico Anno 1694. editæ, ut exempla conferenti satis superque manifestum fiet,

Sed ut opus hoc mihi ingratisimum, absolvam ex omnibus hucusque dictis, evidentissimè patet Illustrissimum Virum *Ab. de Motura Auctorem*, ex vilibus alienarum Methodorum exemplis evasse, Animadversorem autem ex crassâ Ignorantiâ, præcedente impudentiâ, & stimulante Invidiâ.

F I N I S.

53

51



G2

G3

54

